

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS  
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

# LAS TEORÍAS DE LA TURBULENCIA Y LA IMAGINACIÓN EN LA FÍSICA

DISCURSO LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN  
COMO ACADÉMICO DE NÚMERO POR EL  
EXCMO. SR. D. JAVIER JIMÉNEZ SENDÍN

Y CONTESTACIÓN DEL  
EXCMO. SR. D. AMABLE LIÑÁN MARTÍNEZ  
EL DÍA 23 DE FEBRERO DE 2011



MADRID  
Domicilio de la Academia  
Valverde, 22

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS  
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

# LAS TEORÍAS DE LA TURBULENCIA Y LA IMAGINACIÓN EN LA FÍSICA

DISCURSO LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN  
COMO ACADÉMICO DE NÚMERO POR EL  
EXCMO. SR. D. JAVIER JIMÉNEZ SENDÍN

Y CONTESTACIÓN DEL  
EXCMO. SR. D. AMABLE LIÑÁN MARTÍNEZ

EL DÍA 23 DE FEBRERO DE 2011



MADRID  
Domicilio de la Academia  
Valverde, 22

ISSN: 0214-9540  
Depósito legal: M. 6.942-2011

Imprime:  
Realigraf, S. A.  
Pedro Tezano, 26. 28039 Madrid

## ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS .....	5
La investigación clásica en turbulencia.....	8
La turbulencia isótropa .....	14
Flujos con cortadura .....	19
La turbulencia parietal.....	24
La no linealidad y los sistemas dinámicos.....	27
Hacia modelos detallados de la cascada turbulenta.....	32
El papel de la simulación numérica.....	34
El papel de la imaginación en la física.....	38
Referencias .....	40
CONTESTACIÓN por el Excmo. Sr. D Amable Liñán Martínez .....	45



*Excmo. Sr. Presidente*

*Excmos. Sras. y Srs. Académicos*

*Señoras, Señores, queridos amigos:*

Antes de nada, tengo que expresar mi agradecimiento a la Academia por invitarme a su seno. Confieso que mi primera tentación fue agradecer la invitación y rechazarla, al considerarme incapaz de cumplir las obligaciones que implicaba, y que lo único que me impidió hacerlo fue mi confianza en la indudable solvencia de los que me habían invitado, que, al fin y al cabo, sabían mejor que yo lo que me proponían. Llegué finalmente a la conclusión de que mi deber era aceptar, y lo hago prometiendo trabajar en esta casa con todas mis fuerzas, aunque conservando una cierta incredulidad personal sobre mi capacidad para hacerlo.

Es tradicional dedicar la primera parte del discurso de ingreso a glosar la historia de la medalla, y es algo que, en mi caso, tengo que hacer con respeto y admiración. Mi medalla es antigua. Fue creada con la Academia, y ha tenido titulares muy variados. Dos fueron astrónomos, curiosamente ambos dedicados a la física del Sol, y varios fueron ingenieros de Caminos o Navales. De estos, la mayor parte se dedicó al desarrollo de las Matemáticas dentro de la ingeniería, como corresponde a la sección a la que está adscrita, y no puedo por menos que resaltar que el tercer titular de la medalla, el Excmo. Sr. D. José Morer y Abril, leyó su discurso de entrada en 1866 sobre conducciones hidráulicas en las grandes ciudades, y que diseñó la distribución de aguas en Madrid a partir del recién construido Canal de Isabel II. Mi interés particular en él se debe a que aquellos fueron los años en los que la necesidad de estimar la sección e inclinación de las conducciones de agua en diversas ciudades de Europa tuvo como consecuencia el establecimiento de la turbulencia como tema de investigación moderno, y a que he dedicado a ese problema una parte importante de mi actividad profesional.

Con mi predecesor inmediato, el Excmo. Sr. Baltasar Rodríguez-Salinas, llegan a la medalla lo que podríamos llamar las matemáticas puras. No tuve ocasión de conocer a D. Baltasar más que en los últimos años de su vida, cuando su actividad profesional había

decaído bastante, pero lo que he aprendido sobre él desde entonces me llena de humildad sobre el papel que me toca intentar continuar. Fue uno de los impulsores en España del análisis funcional, en una época en la que la investigación en España no era particularmente fácil. Trabajó especialmente en las teorías de la integración y de la medida, pero también en el estudio de los espacios topológicos y de los desarrollos asintóticos. Creó una gran escuela, y sus veintiún estudiantes, y setenta y un descendientes hasta hoy, forman una parte importante de las matemáticas actuales en España.

Tengo también que referirme a dos académicos cuya herencia me es especialmente querida y admirada. Uno de ellos es mi maestro, el Excmo. Sr. D. Amable Liñán Martínez, que también ha sido siempre mi mentor, y el segundo fue el Excmo. Sr. D. Gregorio Millán Barbany, maestro y mentor a su vez del primero. Entre los dos forman mi linaje intelectual inmediato en esta casa, y, desde un punto de vista mucho más amplio, han sido los responsables de la introducción en España de la mecánica de fluidos moderna, y de una parte muy importante de las matemáticas aplicadas.

Por último, ningún resumen de mi historia intelectual puede estar completo sin una mención a mi padre, el Excmo. Sr. D. José Antonio Jiménez Salas, que también fue durante muchos años miembro de esta Academia. Su especialidad, la geotecnia, está demasiado lejos de mis áreas de trabajo para que pueda decir mucho sobre ella, pero de él aprendí las lecciones fundamentales de lo que distingue la actividad científica de otras actividades humanas: el rigor, la honradez intelectual, el razonamiento ordenado, la curiosidad, y una apreciación apasionada de la belleza de cómo y por qué funciona el mundo. Sé que transmitió las mismas lecciones a muchos de sus alumnos, y yo he intentado hacer lo mismo con los míos. He aprendido más tarde que esos valores no son una parte natural del cerebro humano, que tiende más bien a pensar que las cosas no son como son, sino como le gustaría que fuesen, y que son valores que hay que aprender y enseñar. Creo sin embargo que es importante enseñarlos, y que una de las principales misiones de una academia es hacer llegar esos conceptos a la sociedad en general. Yo juzgaré en gran parte el éxito o fracaso de mi actividad en esta casa en función de cómo consiga contribuir a esa misión.

Eso me lleva a citar brevemente otras influencias que han sido importantes para mi actividad profesional. Tengo que citar primero a mi familia. Mi mujer, María, y mi hija, Alicia, me han apoyado siempre en lo que quería hacer, aunque en muchos casos es difícil que supieran exactamente qué era lo que estaba haciendo. Vienen luego

mis estudiantes, que son una parte fundamental de la vida de un profesor. A base de insistir en querer entender las cosas, nos obligan a entenderlas nosotros mismos, y cualquier profesor ha tenido la experiencia de querer escribir un libro inmediatamente después de acabar de preparar un curso, porque sólo entonces empieza a considerar que entiende el tema. Pero el papel de los estudiantes no es meramente pasivo. Si se analizan con cuidado y suficiente humildad, muchas de “nuestras” ideas fueron en su día sugeridas por alguno de nuestros estudiantes, y sólo son nuestras en el sentido de que en aquel momento nosotros estábamos mejor preparados que ellos para aprovecharlas y desarrollarlas. Puedo citar, sin entrar en detalles de los que nunca estaría completamente seguro, a mis antiguos estudiantes Rodrigo Martínez Val, Miguel Ángel Hernán, Roque Corral, Juan Claudio Agüí, Juan Antonio Zufiria, Rafael Gómez Blanco, Juan Carlos del Álamo, Oscar Flores y Mark Simens, a los que debo mucho más de lo que probablemente ellos sean conscientes.

Quedan por fin los compañeros y las instituciones. Las relaciones con los primeros son simbióticas, demasiado numerosas como para citarlas en detalle, y demasiado constantes para comprenderlas adecuadamente sin una perspectiva histórica más larga que la que proporciona una vida. Las relaciones con las segundas son asimétricas, y en general más puntuales, pero son el cuadro en el que se enmarca nuestra actividad profesional. En mi caso tengo que citar a las universidades que me han dado cobijo en distintos momentos de mi vida, especialmente la Universidad Politécnica de Madrid y la Universidad de Stanford en California. Pero también querría citar brevemente a la industria. Es casi un tópico denostar la actitud de la industria española frente a la investigación científica, pero mi experiencia personal ha sido más matizada. Trabajé durante bastante tiempo en el centro científico que la empresa IBM tuvo en la Universidad Autónoma de Madrid, y soy consciente de la deuda que tengo con ellos, tanto desde el punto de vista del soporte económico a la investigación, como de la posibilidad de compaginar mi trabajo con una carrera académica. Pero fue probablemente mucho más importante la oportunidad de acceder a unas técnicas, como la supercomputación o el proceso de datos a gran escala, que han sido luego muy útiles en mi trabajo, y a las que no hubiera tenido acceso de otra forma. Aquella experiencia me enseñó también que los problemas reales, aparentemente muy particulares y puramente prácticos, son frecuentemente una fuente de la que se pueden extraer temas de investigación de aplicación mucho más general. He aprendido más tarde que mi experiencia no ha sido única, ni siquiera en nuestro país a pesar de innumerables declaraciones al contrario, y que la

influencia de la tecnología en la investigación ha sido y sigue siendo más profunda de lo que muchas veces se reconoce.

En mi actividad posterior en la universidad no he perdido nunca del todo el contacto con la industria, en mi caso fundamentalmente aeronáutica, e, independientemente de las consideraciones morales o políticas sobre cuál debe ser la función económica del técnico, he seguido encontrando en la tecnología la fuente de una gran parte de mis temas de trabajo. Hay muchos problemas cuya relevancia no se aprecia bien hasta que no se intenta aplicarlos para construir algo, e, igual que con los estudiantes, me ha sorprendido con frecuencia la riqueza que subyace detrás de las preguntas que plantean los tecnólogos sobre temas que a primera vista podríamos creer triviales. Además, como recordatorio de nuestra obligación como científicos hacia la verdad objetiva, hay pocas cosas más clarificadoras que intentar transferir una teoría a una aplicación de la que dependen vidas humanas.

Se ha hablado mucho de la disyuntiva entre ciencias puras y aplicadas, pero yo creo que es un dilema falso. Durante mucho tiempo, la ciencia fue una forma de entender el Mundo, y su misión fundamental fue intentar dar respuesta a lo que se llamaban sus “misterios”, e indicar el camino para domeñarla. Esa época fue pasando poco a poco, pero no es bueno olvidarla del todo. Al final de esta charla insistiré en la conveniencia de que el científico sea capaz de imaginar mundos distintos del que nos revela la observación, pero hacerlo de una forma completamente desconectada de la práctica es peligroso. Quizá porque nuestro cerebro esté limitado por nuestra experiencia, las ideas demasiado alejadas de la observación tienden a ser menos ricas que las que se derivan de la realidad, al menos en mi caso particular, y probablemente la forma más productiva de hacer investigación siga siendo abstraer los problemas sugeridos por la tecnología, y por la curiosidad sobre cómo funciona el mundo real.

### **La investigación clásica en turbulencia.**

Un ejemplo de lo que acabo de decir ha sido el desarrollo de la investigación en turbulencia durante el último siglo y medio, que en parte me ha tocado vivir en primera persona, y a la que dedicaré la mayor parte del resto de este discurso.

La turbulencia ha ocupado siempre una posición a caballo entre la investigación científica y la ingeniería. Como parte de la primera, se la considera a menudo uno de los grandes problemas no resueltos de la mecánica clásica, mientras que dentro de la segunda es un

factor determinante en problemas tan variados como la resistencia y propulsión de los vehículos, la pérdida de carga en tuberías y la mezcla y transporte de materiales en la industria química. No puede olvidarse tampoco que tanto los flujos atmosféricos como los oceánicos son generalmente turbulentos.

Este carácter dual se ha reflejado en la evolución de su estudio. Los primeros trabajos modernos sobre turbulencia se desarrollaron en el seno de la ingeniería, en particular en relación con la pérdida de carga en conductos. A mediados del siglo XIX se acababa de descubrir el papel de la viscosidad en la resistencia al paso de los fluidos en tubos (Hagen 1839, Poiseuille 1846), especialmente en los capilares sanguíneos. Anteriormente, la relación entre la pérdida de carga en conductos y el gasto era empírica, y constituía una de las principales incógnitas en el diseño de las obras hidráulicas. Fue entonces cuando se empezaron a construir los sistemas modernos de distribución de agua en las ciudades – he citado al principio el Canal de Isabel II en Madrid – y se intentaron aplicar a las grandes tuberías de abastecimiento las leyes recién descubiertas en los capilares. Se observó con sorpresa que no solamente la caída de presión era siempre bastante mayor que la predicha (Hagen 1854, Darcy 1854), sino que era independiente de la recién descubierta viscosidad. Aquello resultó desconcertante, porque Poiseuille había hecho observaciones experimentales bastante precisas, y había propuesto una explicación teórica convincente, que incluía la viscosidad como única responsable posible de la disipación de energía.

Se sospechó pronto que la razón por la que los flujos que hoy llamamos turbulentos se comportaban de forma distinta a los laminares tenía que ver con la presencia de fuertes fluctuaciones de la velocidad, que, de alguna forma que no se entendía bien, modificaban el flujo de la energía cinética, y eran responsables de la pérdida de carga adicional. Sin embargo, el problema que interesaba más a los investigadores de la época no era ése, sino sus consecuencias en las aplicaciones. El siglo XIX fue el siglo de la gran revolución industrial, en el que las nuevas ideas científicas se aplicaban rápidamente a la tecnología, y en el que la fe de la Humanidad en el poder de la industria para mejorar el nivel de vida fue quizá más fuerte que nunca. El problema inmediato no era explicar por qué los flujos turbulentos se comportaban como lo hacían, sino describir su comportamiento y facilitar su cálculo y su control en el diseño de maquinaria y de obras hidráulicas.

Los primeros trabajos sobre la turbulencia se encaminaron en ese sentido, y buscaron representar los flujos turbulentos como si se

desarrollasen en un fluido distinto, con una relación constitutiva diferente a la del agua o del aire, determinada por el efecto de las fluctuaciones. Conceptos empíricos como la viscosidad turbulenta efectiva, precursores de lo que hoy llamamos modelado de las ecuaciones promediadas, provienen de aquellos primeros años (Boussinesq 1877, 1897), y esa visión descriptiva y aplicada de la turbulencia es una de las ramas de estudio que han pervivido con más fuerza hasta hoy.

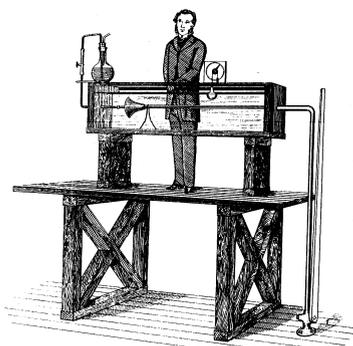
El estudio de la física de los flujos turbulentos no empezó hasta algo más tarde, coincidiendo con el renacer científico general a principios de siglo XX. Algo antes, Reynolds (1883) había aclarado el papel de los números adimensionales en la mecánica de fluidos, pero su aplicación principal no había sido a la turbulencia, sino a la transición. Es decir, a cuál era el criterio que determinaba si un flujo es laminar o turbulento. Su respuesta, en función de lo que hoy llamamos el número de Reynolds,

$$\text{Re} = \frac{Ud}{\nu}, \quad (1)$$

que es una adimensionalización de la viscosidad cinemática  $\nu$ , y donde  $U$  y  $d$  son escalas características de velocidad y longitud, sigue siendo útil, no sólo como criterio de transición, sino como medida de cuan lejos de la transición está un flujo, y por lo tanto de en qué medida se le puede considerar como turbulento. Mientras que ese primer artículo de Reynolds puede considerarse investigación fundamental, pero no directamente relacionado con la turbulencia, su segundo artículo seminal (Reynolds 1894) trata sobre la turbulencia en sí, pero es más bien un trabajo de modelado, en consonancia con las necesidades e intereses de la época. Introduce la separación entre flujo medio y fluctuaciones, y plantea las ecuaciones promediadas que hoy llevan su nombre.

Ninguno de aquellas investigaciones se ocupaba de lo que hoy consideramos como la característica esencial de la turbulencia, que es su carácter multiescala. Ese paso estaba reservado a la siguiente generación de investigadores, que ya no surgieron de las filas de los ingenieros, sino de los meteorólogos y de los oceanógrafos, para los que la turbulencia también era determinante. Su preocupación por el carácter multiescala del flujo era casi inevitable. Hoy sabemos que un flujo turbulento puede descomponerse en remolinos con un rango de tamaños que va desde las escalas en la que se inyecta la energía, del orden del espesor del flujo, hasta una escala mucho menor en la que los procesos moleculares de transporte, tales como la viscosidad,

frenan la formación de estructuras más pequeñas. En la mayor parte de los flujos industriales o geofísicos, la escala viscosa es del orden de un milímetro, pero basta observar las dos figuras siguientes para ver que el tamaño de los remolinos más grandes varía considerablemente.



**Figura 1.** Experimento de Reynolds (1883) para estudiar la transición a la turbulencia en tubos.

En la figura 1, que corresponde al experimento en el que Reynolds (1883) estudió el criterio para la transición del flujo laminar a turbulento, el diámetro del tubo era de unos pocos centímetros, y Reynolds podía permitirse estudiar sólo el flujo promediado, e ignorar los detalles de las fluctuaciones pequeñas



**Figura 2.** Instalación de la Universidad de Utah para el estudio de la capa límite atmosférica.

En cambio, en la figura 2, que representa una instalación típica para el estudio de la capa límite atmosférica, la escala exterior es del

orden de cientos de metros, y los observadores se encuentran inmersos en el rango de escalas de los remolinos intermedios. Mientras que las fluctuaciones turbulentas pueden a veces resultar un problema “molesto” para un ingeniero, cuyo único interés estriba en que deben ser modeladas para determinar el comportamiento del flujo promediado, para un meteorólogo, las escalas intermedias “son” el fenómeno; lo que comúnmente llamamos las ráfagas del viento.

Por ejemplo, Richardson (1920), que fue esencialmente un meteorólogo, y uno de los pioneros de la simulación numérica mucho antes de que se desarrollasen los ordenadores modernos (1922), entendió ya el concepto de una jerarquía en la que los remolinos intermedios se desenvolvían dentro de otros más grandes y albergaban a su vez otros menores, y lo popularizó parafraseando un poema satírico de J. Swift (1733), que hablaba de una jerarquía parecida de poetas que se criticaban unos a otros, como pulgas de distintos tamaños atacándose entre sí.

En estos años se produjeron también los primeros intentos de describir cuantitativamente el flujo desde un punto de vista estadístico (Taylor 1935), y se formalizó el concepto de escalas, utilizando las funciones de correlación y los espectros. Fue también cuando aparecieron los primeros modelos conceptuales en los que el efecto de la turbulencia se trataba como algo más que una relación constitutiva para el fluido distinta de la molecular (Taylor 1938). Aparte del interés intrínseco de estos modelos, que aún hoy siguen formando la base conceptual de una cierta forma de entender el fenómeno, el debate que generaron fue históricamente interesante, porque marcó el primer intento de abstraer las observaciones de los flujos turbulentos hacia algo más general, y hasta cierto punto universal. Hasta entonces, las discusiones sobre la turbulencia se habían centrado en la descripción de flujos reales, tales como conductos, chorros, o la capa límite atmosférica, pero las técnicas estadísticas introducidas por Taylor (1935) se referían a un sistema más sencillo, estadísticamente homogéneo e isótropo, que era una aproximación del flujo en un entorno local, suficientemente pequeño como para ser independiente de las condiciones de contorno particulares, y suficientemente grande para contener un rango suficiente de subescalas.

Como veremos en la sección siguiente, esta idea fue fructífera, entre otras cosas porque permitió la aplicación a la turbulencia de herramientas que habían sido desarrolladas para la mecánica estadística, y porque atrajo al campo a algunos de los grandes físicos y matemáticos de la primera mitad del siglo veinte. Eventualmente llevó a la predicción por Kolmogorov (1941) de la forma del espectro

de energía de la turbulencia isótropa, y a una descripción mecanística de la generación de las distintas escalas como una cascada (Richardson 1920), debida a la no linealidad de las ecuaciones (Taylor & Green 1937), en la que la cantidad transferida es la energía cinética (Obukhov 1941).

La predicción resultante fue que la diferencia de velocidad esperada entre dos puntos separados por una distancia  $r$  cumple

$$\langle \Delta u^2 \rangle \sim r^{2/3}. \quad (2)$$

Esta ecuación fue uno de los primeros logros importantes de la teoría de la turbulencia, en parte porque fue, y sigue siendo hoy, una de las pocas predicciones cuantitativas independientes de los experimentos que se han hecho en este campo. El exponente preferido hasta entonces era  $1/2$ , que es difícil de distinguir experimentalmente del verdadero, y que parecía más “natural”.

Hoy sabemos que la ecuación (2) es sólo una aproximación, pero sus predicciones genéricas siguen siendo válidas. En primer lugar, la ecuación es aplicable para un rango “inercial” de remolinos, entre unas escalas grandes, donde se inyecta la energía y que contienen la mayor parte de la energía cinética, y otras más pequeñas donde la energía se disipa, y que contienen la mayor parte de los gradientes de velocidad. El cociente entre ambas escalas aumenta con el número de Reynolds. En segundo lugar, el flujo de energía cinética dentro de este rango de escalas es esencialmente constante, y es el único parámetro dimensional que determina la intensidad de la cascada. Por último, la energía cinética asociada a cada escala disminuye con el tamaño de los remolinos, pero la disminución es más lenta que la que correspondería a un campo suave, por lo que la mayor parte de los fenómenos turbulentos en el rango inercial de escalas deben describirse en términos de fractales, no de funciones analíticas. Esta última propiedad es importante, por ejemplo, para diseñar métodos numéricos para flujos turbulentos, ya que la mayor parte de los esquemas numéricos suponen de alguna forma que las funciones representadas pueden desarrollarse localmente en serie. Independientemente de la forma particular de (2), todas estas predicciones han resistido las comprobaciones experimentales posteriores, y se extienden a flujos turbulentos muy alejados de las hipótesis inicialmente utilizadas para su derivación.

A pesar de eso, la abstracción al caso isótropo no estuvo libre de problemas. Quizá el más dañino fue centrar la discusión en un aspecto parcial del fenómeno. Como ya hemos dicho, la turbulencia

isótropa no es más que una aproximación a lo que ocurre en un entorno local del flujo, y carece de muchas de las características que son importantes para el problema completo. Por ejemplo, ya hemos dicho que, a pesar de que la transferencia de energía se realiza a través de una cascada aproximadamente isótropa de escalas intermedias, la mayor parte de la energía reside en las estructuras grandes, que interaccionan directamente con las condiciones de contorno, y que no son ni homogéneas, ni universales, ni isótropas. Lo mismo ocurre con la transferencia de cantidad de movimiento, que es la responsable de la fricción turbulenta que había motivado inicialmente el problema, y que se anula en situaciones demasiado simétricas.

El problema no es tanto que la cascada isótropa sea irrelevante para el problema real, sino que es una descripción incompleta, y que, al tratarse de un problema difícil que aún hoy no puede considerarse completamente resuelto, ha tendido a propiciar un cisma entre una comunidad de investigadores que mira con recelo a la falta de universalidad de los problemas aplicados, y otra que está interesada precisamente en esos efectos no universales. Cada comunidad tiende a considerar a la otra como irrelevante, y es posible que muchos de los problemas de la investigación en turbulencia durante los últimos cincuenta años se hayan debido a la dispersión de esfuerzos consecuencia de ese cisma. Un buen resumen de la teoría clásica de la turbulencia desarrollada durante este periodo puede encontrarse en los libros de texto de Tennekes & Lumley (1972), Hinze (1975), o Pope (2000).

### **La turbulencia isótropa**

La realidad es que tanto la abstracción isótropa como los flujos turbulentos más realistas plantean temas de investigación extremadamente interesantes. Ya hemos dicho que la observación experimental básica en turbulencia fue que la disipación de energía cinética es independiente de la viscosidad del fluido, a pesar de que el único término de las ecuaciones del movimiento capaz de disipar energía es precisamente el viscoso. El modelo de cascada propuesto por Richardson (1920) y Obukhov (1941) ofreció una solución a ese problema suponiendo que los remolinos más grandes, cuyo número de Reynolds es siempre demasiado alto para que la viscosidad pueda tener influencia directa sobre ellos, se rompen en una jerarquía de remolinos cada vez más pequeños, cuyos números de Reynolds son cada vez menores, hasta que la viscosidad puede por fin actuar para disipar la energía. Mientras eso no ocurre, la energía se transmite sin pérdida, de forma que su flujo entre las distintas escalas es constan-

te y sirve para determinar la intensidad de las fluctuaciones de velocidad. La única consecuencia de variar la viscosidad es disminuir o aumentar el número de pasos en la cascada, dando lugar a remolinos disipativos respectivamente más grandes o más pequeños, pero cuyo tamaño adimensional (es decir, cuyo número de Reynolds) es siempre del orden de la unidad, y que por lo tanto producen una disipación independiente del valor de la viscosidad. Esta cascada de energía tiene que actuar a todas las escalas, desde las mayores, que no son ni homogéneas ni isotropas, hasta las viscosas, pero pierde pronto la memoria de las condiciones iniciales o de contorno que han generado las estructuras más grandes, y puede estudiarse más cómodamente como un proceso universal e isotrópico en las escalas pequeñas.

Aunque este modelo es sugestivo, y casi seguramente correcto a grandes rasgos, no ha sido nunca observado ni descrito en detalle. Un problema importante es la falta de una teoría matemática sólida para las ecuaciones de movimiento. Una de las ventajas de la mecánica de fluidos es que hay pocas dudas razonables sobre cuáles son las ecuaciones correctas del movimiento. Las ecuaciones no viscosas de Euler son simplemente la expresión para un medio continuo de la conservación de masa, cantidad de movimiento, y energía, mientras que la expresión lineal que cierra los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes puede derivarse de la teoría cinética de gases en el límite en el que las escalas consideradas son mucho mayores que el camino libre medio entre colisiones. Aunque pudiera parecer que en los flujos turbulentos a altos números de Reynolds podría violarse esta última condición, al ir disminuyendo sin límite la escala disipativa, la realidad es la contraria. La forma de disminuir la viscosidad en un gas es disminuir el camino libre medio, y, aunque la relación de escalas entre los remolinos mayores y los más pequeños aumenta al aumentar el número de Reynolds, la relación entre el tamaño de los remolinos viscosos y el camino libre medio también aumenta lentamente (como  $Re^{1/4}$ ). La aproximación de un flujo turbulento como un medio continuo mejora al aumentar el número de Reynolds, y toda la evidencia experimental indica que las ecuaciones de Navier-Stokes representan bien el comportamiento turbulento de los fluidos convencionales, dentro de límites que están bien establecidos. El análisis para líquidos, en vez de para gases, es aún más favorable para la hipótesis de medio continuo, ya que en esos casos el camino libre medio es esencialmente la distancia media entre moléculas (Moser 2006).

Si hay pocas dudas sobre las ecuaciones, lo que no se entiende bien son las propiedades de sus soluciones. Si se supone que las

soluciones de las ecuaciones no viscosas se mantienen siempre suaves, el mecanismo de la cascada tiene una interpretación razonable. Si por ejemplo se supone que el campo de velocidades se puede desarrollar como una serie de Fourier limitada en banda, con una escala mínima bien definida, las ecuaciones incompresibles de Euler son un sistema Hamiltoniano (Kraichnan 1971) que tiende a equiparticionar la energía en un espacio de fases que es precisamente el de sus coeficientes de Fourier. Esto tendería a llevar al sistema a un estado de equilibrio en el que la mayor parte de la energía estaría en las escalas más pequeñas, donde la densidad de modos de Fourier es mayor, pero que no se observa en la práctica porque la viscosidad disipa preferentemente la energía de esas escalas. La cascada desde remolinos grandes a pequeños sería por lo tanto un proceso entrópico, en el que el sistema busca su configuración energética más probable, pero que queda frustrado por la disipación viscosa (Onsager 1949).

Sin embargo, el espacio de fases no está limitado en la práctica a un dominio compacto del espacio de Fourier, y no existe un límite a priori sobre cuáles son las escalas más pequeñas que pueden aparecer en un flujo. No existen resultados rigurosos sobre la existencia de soluciones para tiempos arbitrarios, ni para las ecuaciones tridimensionales de Euler, ni para las de Navier-Stokes, y las observaciones experimentales no nos dicen nada sobre la posible aparición ocasional de singularidades aisladas, probablemente sin consecuencias prácticas, pero que impiden la formulación de una teoría bien fundada. En particular, es fácil construir condiciones iniciales para las ecuaciones de Euler que den lugar a crecimientos exponenciales de la vorticidad local, probablemente incluso localmente superexponenciales, que para todos los efectos prácticos resultarían singulares en un tiempo finito (ver Gibbon et al. 2008).

Un ejemplo de los problemas teóricos que esto acarrea son los modelos que se han utilizado para dar una concreción física al proceso de la cascada. El modelo básico se debe a Taylor & Green (1937) y a Taylor (1938), que observaron que, como las líneas de vorticidad son arrastradas por el fluido en el límite no viscoso, cualquier flujo incompresible suficientemente complicado, con un número de Reynolds suficientemente alto para poder desprestigiar en primera aproximación los efectos viscosos, da lugar a un alargamiento medio de los torbellinos que es exponencial en el tiempo. Como consecuencia de la conservación de la cantidad de movimiento angular, esto deriva en la intensificación de la vorticidad, que es equivalente a la generación de gradientes de velocidad intensos, y a la formación de escalas pequeñas. Desgraciadamente, este argumen-

to supone implícitamente una cierta regularidad de las soluciones de las ecuaciones de Euler, sin la cual es difícil definir el concepto de líneas de vorticidad, y desprecia el efecto de la viscosidad. Si el flujo se mantiene suave, las ecuaciones no pueden dar lugar al cruce de dos líneas de corriente, ni por lo tanto al cruce de dos líneas de vorticidad. Sin embargo, si consideramos dos líneas cuya longitud crece sin límite dentro de un dominio que se mantiene compacto, o cuya dimensión mayor no crece a su vez exponencialmente, está claro que eventualmente las dos líneas se acercarán una a otra (o a sí mismas) a distancias muy cortas. Para cualquier valor finito de la viscosidad eso da lugar a su reconexión (Melander & Hussain 1989), que cambia la topología del problema e invalida el argumento original.

El problema de la falta de resultados rigurosos sobre si la viscosidad es capaz de regularizar las posibles singularidades de las ecuaciones de Euler no es solamente teórico, porque, aún suponiendo que las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes sean realmente regulares, existen regularizaciones distintas que se presentan en aplicaciones reales.

Un ejemplo importante son las simulaciones numéricas, en las que no siempre se puede resolver el flujo hasta las escalas más pequeñas, y en las que en cualquier caso siempre se está tratando con una cierta aproximación. En esos casos la regularización de las ecuaciones se debe al truncado numérico, que evita la aparición de detalles más pequeños que la malla, y cuya expresión no es generalmente equivalente a una viscosidad de Stokes. Otro caso relacionado son las simulaciones “de grandes escalas” (LES) de flujos turbulentos, en las que los remolinos más pequeños – de “submalla” – se aproximan por medio de modelos que sólo contienen parte de la física de las escalas modeladas. Tanto en el primer caso como en el segundo, es perfectamente posible que los términos dominantes del modelo adoptado para las escalas pequeñas sean dispersivos en vez de disipativos, con resultados que pueden ser completamente distintos a los del flujo real. Sabemos esto, o por lo menos lo sospechamos, porque en el caso unidimensional existe una teoría muy completa sobre la regularización de la ecuación conservativa no lineal de las ondas

$$u_t + u u_x = 0, \quad (3)$$

que puede considerarse en cierta forma como un modelo para las ecuaciones no viscosas de Euler.

En general, el gradiente de las soluciones de esta ecuación se hace singular en un tiempo finito, momento a partir del cual la ecuación diferencial deja de poder aplicarse directamente. Inmediatamente después, la solución de la interpretación más “natural” de (3), que es la escrita en forma característica, se hace no uniforme, y si, como en el caso de un medio continuo, esa no uniformidad es físicamente inaceptable, la singularidad inicial tiene que evitarse por medio de una regularización. Mientras que la regularización disipativa de Burgers,

$$u_t + u u_x = \varepsilon u_{xx}, \quad (4)$$

evita la no uniformidad con la aparición de ondas de choque, que tienden a discontinuidades puntuales en el límite  $\varepsilon \rightarrow 0$ , la regularización dispersiva de Korteweg-deVries,

$$u_t + u u_x = \varepsilon u_{xxx}, \quad (5)$$

la sustituye por la radiación de ondas cuyas longitudes disminuyen al disminuir  $\varepsilon$  (ver Whitham 1974). Las ecuaciones incompresibles de Navier-Stokes son una regularización disipativa de las ecuaciones incompresibles de Euler, y sabemos que dan lugar a flujos turbulentos en los que las estructuras viscosas adoptan la forma de vórtices lineales intensos (Siggia 1981, Jiménez et al. 1993), que pueden considerarse como una contrapartida tridimensional de las ondas de choque de la ecuación de Burgers. La no linealidad hace que la integral del cuadrado del gradiente de velocidad crezca con el tiempo, tanto en la ecuación (4) como en el caso tridimensional de Navier-Stokes, y el soporte de los gradientes fuertes tiende a concentrarse en regiones del flujo que degeneran en variedades de dimensión baja en el límite de disipación despreciable; discontinuidades puntuales en el caso unidimensional de Burgers, y torbellinos lineales o capas de vorticidad concentrada en el de Navier-Stokes. Sin embargo, este comportamiento depende del término dominante en la regularización. En los flujos estratificados, donde los efectos dispersivos no se pueden despreciar, son tan importantes la formación de discontinuidades por efecto de la disipación como la radiación dispersiva de ondas.

Incluso en situaciones experimentales relativamente sencillas la física de la microescala puede ser muy distinta de la de Navier-Stokes. Los flujos cargados de polímeros de cadena larga (con concentraciones de unas pocas partes por millón, y pesos moleculares del orden de unos pocos millones, correspondientes a longitudes de cadena de algunos micrómetros cuando están completamente exten-

didadas) se comportan más bien como fluidos dispersivos que disipativos (Tabor & de Gennes 1986), lo que hace que la turbulencia se haga mucho más débil, probablemente como consecuencia del intercambio de energía entre el polímero y el solvente. Las soluciones diluidas de polímeros dan lugar a caídas de presión en tuberías que pueden ser la mitad que en los fluidos normales (Virk et al. 1970, McComb 1990), y se aplican rutinariamente en las industrias químicas y de transporte.

Otro caso de reciente interés es la turbulencia en superfluidos, donde la regularización proviene de efectos cuánticos (Donnelly 1991), a pesar de lo cual existen indicios claros de que la cascada de energía se comporta esencialmente igual que en los fluidos convencionales (Kobayashi & Tsubota 2005). Otro caso extremo es el movimiento de la materia oscura en el Universo, donde un modelo que *supone* la formación de discontinuidades en una ecuación que es el equivalente tridimensional de la ecuación de Burgers, da resultados que parecen describir las observaciones (Vergassola et al. 1994), pero donde se sabe muy poco sobre cuál podría ser el cierre disipativo responsable de la formación de las discontinuidades que se han supuesto.

En todos estos casos resultaría útil una base teórica más firme. Por ejemplo, en el caso numérico necesitaríamos saber qué condiciones deberíamos exigir a nuestros modelos de submalla, o a nuestros esquemas de integración, para que los resultados se parecieran, en un sentido que habría que determinar exactamente, a las soluciones reales de las ecuaciones del flujo. La mayor parte de los avances en la tecnología de flujos con polímeros han sido más empíricos que teóricos, y quizá el ejercicio intelectual de investigar el comportamiento de fluidos con regularizaciones generales nos permitiría diseñar polímeros más eficaces para una cierta aplicación. Es indudable que cada caso puede tratarse individualmente, pero una teoría más general nos daría pistas sobre cuáles son las consecuencias de las distintas regularizaciones posibles, e incluso podría dirigirnos hacia la inclusión en las ecuaciones, o en los experimentos, de términos de cuya existencia natural no tenemos constancia, pero que podrían ser interesantes desde el punto de vista teórico o aplicado.

### **Flujos con cortadura**

La teoría de la turbulencia isótropa que acabamos de esbozar trata de cómo se transfiere la energía a través de la cascada inercial, pero no dice nada sobre cómo se inyecta la energía en el flujo. El resultado final de la cascada es siempre la disipación de la energía cinética, y si no hay un mecanismo de inyección, la turbulencia

decae rápidamente. La turbulencia isotrópica no tiene ninguna fuente natural de energía, porque en algún sistema de referencia el flujo medio está en reposo, y esa es la razón principal por la que sólo se la puede considerar como un modelo parcial de flujos más complicados, en los que sí que es necesario tener en cuenta la generación de las fluctuaciones. Los dos mecanismos más comunes son la cortadura y las variaciones de densidad.

Estas últimas son especialmente importantes en flujos geofísicos, donde las diferencias de energía potencial entre distintos puntos de la atmósfera o del océano se traducen eventualmente en energía cinética turbulenta. El mismo tipo de procesos, a menor escala, da lugar a la convección natural en las calderas, o a los penachos de las chimeneas, y, a escalas más grandes, es importante en algunos flujos astrofísicos, tales como en las atmósferas estelares. A escalas aún mayores, la interacción de las diferencias de densidad con las aceleraciones producidas, por ejemplo, por el paso de ondas de choque, da lugar a turbulencia interestelar y, al menos en parte, a la formación de estrellas.

Aunque todos estos casos son importantes en sus respectivas áreas de aplicación, el resto de la discusión la centraré en los flujos con cortadura, que tienden a ser de interés más directamente industrial, y para los que la teoría se ha desarrollado bastante en los últimos años. La fuente de energía es en este caso la diferencia de velocidad media entre puntos del flujo, aunque generalmente la palabra cortadura se asocia al caso particular de la variación transversal de la velocidad longitudinal en una corriente aproximadamente paralela. La turbulencia cortada se mantiene a base de extraer energía cinética del gradiente de velocidad medio así generado. Ejemplos de flujos con cortadura son las tuberías, en las que la diferencia de velocidad se establece entre el centro del tubo y la pared, las capas límites sobre vehículos, la capa límite atmosférica, los chorros, y las estelas.

El problema matemático de describir cómo se mantiene la turbulencia cortada es en cierto modo equivalente al de explicar la transición de flujos laminares a turbulentos. En ambos casos se trata de buscar qué estructuras del flujo son capaces de extraer suficiente energía del gradiente medio de velocidades para superar la disipación. Las ecuaciones de movimiento de un fluido son cuadráticas cuando se representa la velocidad como un campo dependiente de la posición y del tiempo, pero la no linealidad es con frecuencia relativamente débil. Las fluctuaciones turbulentas son generalmente poco intensas frente a las diferencias de velocidad del flujo medio – un

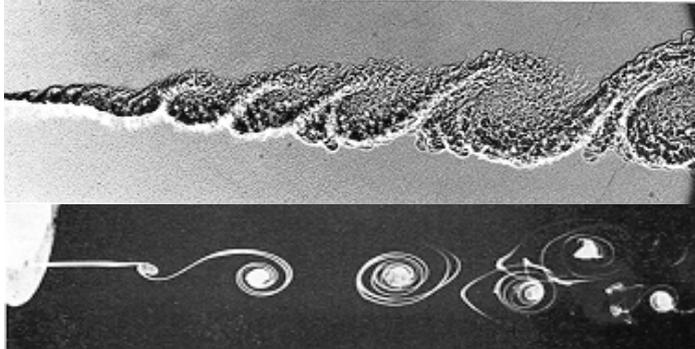
máximo del 15-20% en el caso de chorros, y bastante menos en otros casos. La consecuencia es que la no linealidad, que es proporcional al cuadrado de las fluctuaciones, es un orden de magnitud inferior a las interacciones lineales, y que su principal efecto residual es implementar las interacciones “lentas” que dan lugar a la transmisión de energía a través de la cascada, y a la postre a la disipación. La teoría resultante, que retiene sólo una disipación equivalente y las interacciones lineales de las fluctuaciones con el campo medio, y a la que se ha dado el nombre de “deformación rápida”, se desarrolló en los años 1960 y representa relativamente bien el comportamiento de las estructuras grandes de los flujos turbulentos (Townsend 1976). En particular, esta teoría lineal contiene la esencia del mecanismo de extracción de energía.

El caso más sencillo es cuando el flujo medio es linealmente inestable, como ocurre en muchos flujos con cortadura lejos de las paredes (cortadura libre), tales como la interfaz entre corrientes paralelas de distintas velocidades, los chorros, y las estelas. Muchos de estos flujos pueden aproximarse como corrientes paralelas, con una capa con cortadura intensa entre dos más débiles, y se sabe desde hace tiempo que esas configuraciones tienden a ser inestables (Rayleigh 1880). En esos casos, la caracterización de la transición de un flujo laminar a turbulento se reduce a encontrar los autovalores y autofunciones inestables del perfil medio de velocidad, que en general dan lugar a estructuras con tamaños del orden del espesor de la capa cortada.

El caso turbulento es ligeramente más complicado, porque las grandes escalas sólo pueden tratarse en un sentido promediado, y hay que tener en cuenta su interacción con estructuras turbulentas más pequeñas. Las primeras observaciones experimentales de estructuras transicionales en un flujo turbulento se debieron a Brown & Roshko (1974), que estudiaban la difusión del salto de velocidades entre dos corriente paralelas, y produjeron en su día una cierta sorpresa. La razón no fue que no se entendiese el mecanismo de formación de las estructuras, que es la inestabilidad ya mencionada, sino que una de las consecuencias de haber tratado la turbulencia durante tanto tiempo como un fenómeno estadístico había sido la convicción de que los flujos turbulentos no podían tener estructuras reconocibles y deterministas.

Una imagen de este flujo tomada a alta velocidad se presenta en la parte superior de la figura 3, y puede compararse con el flujo transicional en la parte inferior de la misma figura, a un número de Reynolds mucho más bajo. Se vio pronto que las estructuras grandes

eran esencialmente idénticas en los dos casos, aunque el flujo turbulento contenía además estructuras pequeñas que representaban la cascada de energía. Más tarde se comprobó que la correspondencia era cuantitativa, con las mismas longitudes de onda y velocidades de fase en los dos casos, y que tanto el caso transicional como el turbulento respondían a actuaciones de control que podían derivarse del análisis linealizado del flujo medio (Gaster et al. 1985).



**Figura 3.** Estructura de una capa de mezcla entre dos corrientes paralelas. La imagen superior es un caso turbulento a alto número de Reynolds (Brown & Roshko 1974), mientras que la inferior es un caso transicional con un número de Reynolds mucho más bajo (Freythuth 1966). El flujo va de izquierda a derecha.

Una consecuencia de aquellas observaciones, y de las discusiones teóricas posteriores, fue que los flujos turbulentos con cortadura libre se entienden hoy relativamente bien, y que fueron los primeros a los que se pudo aplicar un control activo, al principio experimentalmente, y luego a escala industrial. Por ejemplo, para intensificar la mezcla en chorros (Reynolds et al. 2001, ver figura 4), o para disminuir el ruido producido por los mismos (Wang et al. 2006).

Desgraciadamente, esa sencillez es una consecuencia de la robustez del mecanismo particular de inestabilidad, y no se extiende a otros flujos turbulentos. Uno de los modelos más antiguos para aproximar el efecto de las escalas pequeñas sobre el flujo medio es la viscosidad turbulenta efectiva, que ya citamos en la reseña histórica inicial.



**Figura 4.** Control de un chorro turbulento. A la izquierda se presenta un chorro natural, mientras que a la derecha, el mismo chorro ha sido sometido a perturbaciones, menores del 1%, en resonancia con su modo más inestable (Lee & Reynolds 1985).

En los casos en los que existe una diferencia clara entre dos escalas del flujo, se puede demostrar rigurosamente que el efecto de las escalas pequeñas sobre las grandes es equivalente a una viscosidad efectiva, generalmente variable, en virtud de un proceso equivalente al de homogeneización (Pouquet et al. 1983). Pero en los flujos turbulentos no hay casi nunca un hueco espectral, sino una superposición continua de estructuras de todos los tamaños. En esos casos, la viscosidad efectiva no es más que una aproximación relativamente grosera, que representa mal los esfuerzos necesarios para cerrar las ecuaciones promediadas del flujo. La razón principal es que la viscosidad es un escalar, mientras que los esfuerzos son un tensor, y que, en ausencia de una razón teórica, no hay suficiente información en la primera para modelar todos los componentes del segundo. Un problema más sencillo es representar de esta forma la disipación producida por la cascada turbulenta, ya que en ese caso no se trata más que de ajustar un escalar para representar otro. Una de las consecuencias del modelo de la cascada turbulenta es que la causalidad fluye de las escalas más grandes hacia las más pequeñas, por lo que el principal efecto de las últimas es absorber la energía proporcionada por las primeras. Es por ello por lo que una viscosidad efectiva, determinada bien teórica o empíricamente, es suficiente en muchos casos para describir el comportamiento de las escalas grandes de la turbulencia, y por lo que forma la base de casi todas las aproximaciones industriales, y de muchos modelos teóricos aproximados

Uno de los casos en los que la viscosidad equivalente resulta útil es en los flujos con cortadura libre, en el fondo porque es esencialmente irrelevante. Las inestabilidades de los flujos con cortadura libre son no viscosas, con escalas de tiempo rápidas, y perviven en presencia de disipaciones relativamente altas. Esa es la razón por la que las estructuras resultantes se sigan observando en flujos turbulentos de este tipo, y por lo que constituyen el principal mecanismo de generación de fluctuaciones en estos casos. Existen modelos relativamente completos de los flujos de cortadura libre en los que la evolución del flujo medio se modela por medio de una viscosidad equivalente, mientras que la evolución de las grandes estructuras viene dada por una aproximación linealizada. Sólo es necesario apelar a la no linealidad cuando el flujo medio cambia lo suficiente para que las longitudes de onda consideradas dejen de ser inestables.

### **La turbulencia parietal**

La segunda clase importante de turbulencia cortada es la que se desarrolla en presencia de paredes, representada en los flujos industriales por las tuberías y otros conductos, o por las capas límites sobre vehículos, y en los flujos geofísicos por la capa límite atmosférica, o por la interacción de corrientes oceánicas con el fondo marino, especialmente en lo que concierne a las mareas. Su característica fundamental es que el perfil medio de velocidad no es linealmente inestable en el mismo sentido que en los flujos con cortadura libre, por lo que no existen autofunciones a las que atribuir de forma natural la generación de las fluctuaciones.

Otra complicación es que la presencia de la pared hace que las estadísticas del flujo sean espacialmente inhomogéneas, ya que los remolinos no pueden tener tamaños mucho mayores que su distancia a la pared. Los remolinos más grandes son los que tienen tamaños del orden del espesor de la capa límite, pero sólo están activos lejos de la pared. Más cerca de la pared, la cascada turbulenta se desarrolla entre los mayores remolinos posibles para cada distancia a la pared, cuyo tamaño es proporcional a dicha distancia, y otros con la escala viscosa local, que varía poco. Cuando la distancia a la pared es del orden de la escala viscosa, todos los remolinos tienen aproximadamente el mismo tamaño, y el flujo, aunque caótico, pierde su carácter multiescala. En esa subcapa viscosa las unidades apropiadas están basadas en la viscosidad y en una velocidad “de fricción”, que se define en función de los esfuerzos cortantes en la pared. Más lejos, la escala de velocidad para las fluctuaciones sigue

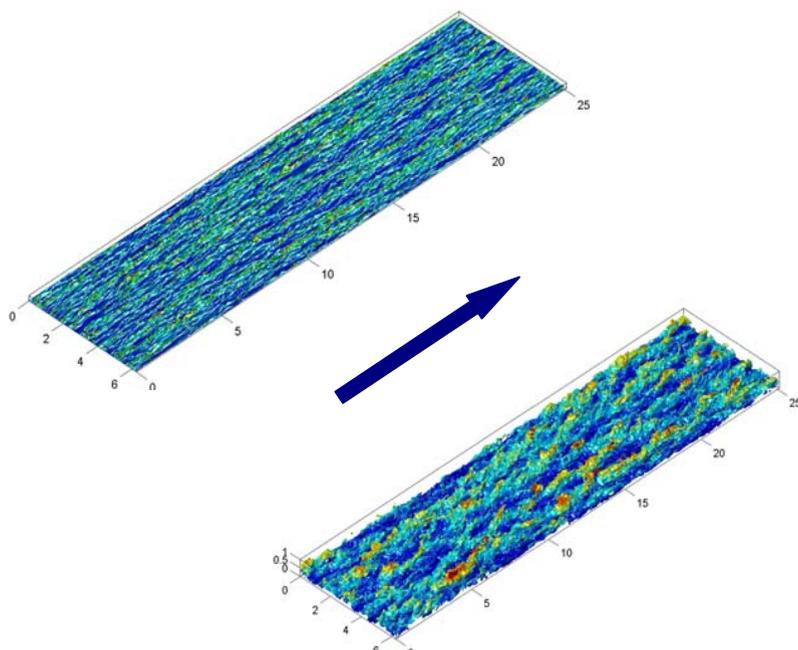
siendo la velocidad de fricción, porque las fluctuaciones tienen que seguir siendo capaces de transmitir un flujo de cantidad de movimiento que es constante en primera aproximación, pero la unidad de longitud es, o bien la distancia a la pared ( $y$ ) cuando ésta es aún pequeña frente al espesor de la capa límite, o bien dicho espesor si  $y$  es suficientemente grande. En la zona intermedia en la que la escala de longitud es  $y$ , consideraciones de simetría sugieren que el perfil de velocidad debe ser proporcional a  $\log(y)$  (Millikan 1938), lo que se ajusta bastante bien a los resultados experimentales.

Una consecuencia de ese resultado es que la cortadura varía mucho con la distancia a la pared, y que se haría infinita en  $y = 0$  en ausencia de efectos viscosos. En particular, la subcapa viscosa, aunque generalmente muy fina comparada con el espesor de la capa límite, soporta una fracción importante de la diferencia de velocidad entre la corriente exterior y la pared. Por ejemplo, aunque esta fracción disminuye al aumentar el número de Reynolds, es aun del orden del 40% a los números de Reynolds de las mayores tuberías de distribución de agua, en las que el espesor de la capa viscosa es bastante menor del 1% del diámetro del tubo. La mayor parte de la diferencia de velocidad restante se localiza en la capa logarítmica, que comprende sólo el 10-15% del espesor total, pero que soportaría toda la diferencia de velocidad en el límite de número de Reynolds infinito.

Hemos visto antes que la turbulencia en general se caracteriza por la expulsión de los gradientes de velocidad hacia las escalas más pequeñas, lo cual le permite disipar energía cinética de forma aparentemente independiente de la viscosidad. De la misma forma, la turbulencia parietal se caracteriza por una expulsión del gradiente medio de velocidad desde el flujo exterior hacia la pared, lo cual, aunque no hace que la fricción turbulenta sea completamente independiente de la viscosidad, permite que disminuya con el número de Reynolds mucho más lentamente que en los flujos laminares – como  $1/\log(Re)$ , en vez de como  $1/Re$ . Otra consecuencia es que el mayor interés del estudio de los flujos turbulentos de pared se centra en las subcapas viscosa y logarítmica, donde se concentra la mayor parte de la producción y de la disipación de energía. Estas son las dos zonas más características de este tipo de flujos. El resto de la capa límite se asemeja más a los flujos isótropos en el caso de tuberías y canales, o a las estelas en las capas límites.

La geometría de las zonas cercanas a la pared es muy distinta a la de los flujos libres, como puede verse en la figura 5. No aparecen en ellas los grandes remolinos transversales que dominan el flujo en

la capa de cortadura de la figura 3, pero también albergan estructuras bien definidas que contienen la mayor parte de la energía cinética. Las más importantes son las grandes estrías longitudinales de velocidad que se observan en la figura 5 dominando tanto la capa viscosa como la logarítmica, y que tienen un espaciado estadísticamente bien definido. En ausencia de autofunciones inestables, el porqué de esas estructuras, y el mecanismo de selección de su espaciado, fueron durante mucho tiempo un problema.



**Figura 5.** Velocidades cerca de la pared en un canal turbulento. Las zonas azules tienen velocidades más altas que la media. Las claras, velocidades más bajas. El flujo va en la dirección de la flecha (del Álamo & Jiménez 2003). En la figura superior se representan las velocidades en la capa viscosa. En la inferior, en la capa logarítmica.

La incógnita empezó a despejarse en los años 1980, cuando se entendió que la estabilidad de un flujo no era equivalente a un crecimiento nulo de las perturbaciones. Las ecuaciones linealizadas de Navier-Stokes no forman un sistema autoadjunto, y sus autofunciones no son ortogonales entre sí. No es lícito en esos casos desarrollar una perturbación en autofunciones, y tratar el desarrollo temporal de cada una de ellas como si fuera independiente de las demás. Una perturbación inicial puede tener componentes sobre varias autofunciones casi paralelas, que inicialmente se cancelan en parte,

pero que, al evolucionar independientemente y desacoplarse entre sí, dan lugar a un crecimiento “transitorio” de la perturbación. Este comportamiento se analiza mejor descomponiendo el operador linealizado de evolución en sus vectores singulares, en vez de en sus autofunciones, y la aplicación de esas técnicas ha sido probablemente uno de los avances más interesantes durante los últimos años para el tratamiento teórico de los flujos con cortadura (Schmidt 2007).

El crecimiento transitorio tiene una interpretación física muy natural en un flujo cortado, y proviene de la deformación de la cortadura media por las perturbaciones transversales de velocidad. En la práctica, el crecimiento de las perturbaciones en una cortadura paralela es mayor cuanto más larga sea la perturbación en el sentido de la corriente, lo que explica por qué lo que se observa en los experimentos son las estrías longitudinales de la figura 5 (del Álamo & Jiménez 2006). Su supervivencia a largo plazo requiere la consideración de las interacciones no lineales, ya que hemos visto que el problema linealizado es estable, pero los factores lineales de crecimiento, aunque no infinitos, pueden ser lo suficientemente grandes como para considerar a este proceso transitorio como el mecanismo dominante de producción de energía turbulenta en los flujos de pared, de la misma forma que las inestabilidades de inflexión lo son en los flujos de cortadura libre.

### **La no linealidad y los sistemas dinámicos**

La aproximación lineal al mecanismo de producción de energía turbulenta tiene un límite. Por ejemplo, las estrías predichas por la aproximación linealizada son infinitamente largas, mientras que las experimentales no lo son, y nada en las ecuaciones lineales sugiere el carácter desordenado que es una de las características más evidentes de los flujos turbulentos. Ya hemos dicho que las ecuaciones del movimiento no son lineales, y el amplio rango de escalas de longitud en los flujos turbulentos implica que el número de sus grados de libertad es alto – del orden del cubo de la relación de escalas. Un flujo turbulento típico tiene entre  $10^6$  y  $10^{12}$  grados de libertad, dependiendo del número de Reynolds, y un sistema no lineal con tantos grados de libertad es casi con toda seguridad caótico.

Durante los años 1960-1970 se popularizó la idea del caos determinista, y de que las propiedades genéricas de los sistemas dinámicos con relativamente pocos grados de libertad podían servir como paradigma del comportamiento de todos los sistemas no lineales, y fue inevitable que se intentara explotar esas ideas para modelar la

turbulencia. Por ejemplo, las ecuaciones de Lorenz (1963), que fueron uno de los primeros ejemplos publicados de caos determinista, se plantearon originalmente como una aproximación a un sistema tan típicamente turbulento como la convección atmosférica. La esperanza era que incluso un sistema con tantos grados de libertad como la turbulencia desarrollada pudiera heredar alguna de las características que acababan de descubrirse en los sistemas caóticos, al menos para números de Reynolds moderados. Con esa intención, los primeros intentos estuvieron dirigidos a describir las últimas fases del proceso de la transición.

Quizá el intento más conocido fue el que vino a llamarse ruta de Ruelle-Takens (1971), que postulaba que la transición se producía a través de una cascada relativamente corta de bifurcaciones, incluyendo un punto fijo (el flujo laminar), una órbita periódica, uno o dos toros, y finalmente un atractor extraño. La esperanza era que este último, que por aquella época era aún un concepto relativamente exótico, bastaría para explicar al menos algunas de las características del flujo turbulento. Desgraciadamente, aunque la idea fue explorada con bastante cuidado, y aunque su aparente sencillez hace que sus variantes reaparezcan en la comunidad con una cierta regularidad, no resultó demasiado fructífera. La transición a la turbulencia es generalmente más complicada que la propuesta por Ruelle y Takens, y los intentos de clasificar bifurcaciones suelen dar lugar a árboles tan frondosos como para resultar esencialmente inútiles. Por otra parte, aunque nadie duda que, si tuviera sentido describir el atractor turbulento en detalle, el resultado sería una variedad extraña, no parece que esa información añada mucho a nuestro conocimiento de la física del fenómeno. Todos los intentos de medir la dimensionalidad del atractor de flujos turbulentos, aún en casos muy simplificados, han dado resultados mínimos de varios cientos (Keefe et al. 1992), haciendo el atractor casi tan difícil de describir como el sistema completo.

Sin embargo, el formalismo de los sistemas dinámicos no fue completamente estéril, aunque en un sentido algo distinto del que se esperaba originalmente. Se descubrió al principio de los años 1990 que mucho de lo que se consideraba intrínseco a la turbulencia era en realidad accidental, al menos desde el punto estadístico. Por ejemplo, la subcapa viscosa sobre la pared de un canal es un caso paradigmático de flujo turbulento, donde las fluctuaciones alcanzan su mayor intensidad, y donde ya hemos visto que se concentra una parte muy importante de la diferencia de velocidad entre la pared y el flujo exterior. Se había considerado durante mucho tiempo a esta zona como una de las más difíciles de modelar, y como una de las

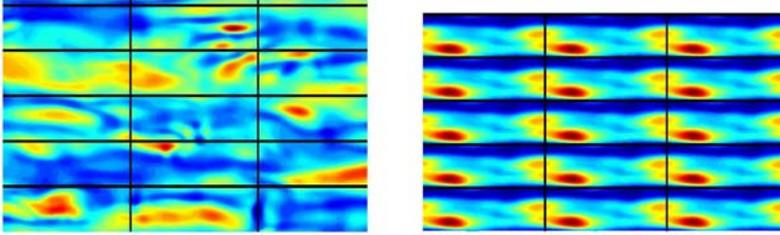
más importantes desde el punto de vista tecnológico. Aunque se había descubierto al principio de los años 1970 que su campo de velocidad tenía la organización geométrica representada en la figura 5 (Kim et al. 1971), su comportamiento temporal era indudablemente caótico, y sólo podía describirse cualitativamente.

Se sabía también que las estrías de velocidad que se ven en la figura 5 estaban asociadas a unos torbellinos más cortos, distribuidos a lo largo de ellas de forma aparentemente irregular. Lo que se descubrió en los años 1990 fue que una gran parte del caos era innecesario para describir las estadísticas del flujo.

Por ejemplo, el desorden del “gas” de remolinos puede sustituirse por un “cristal”, formado por una repetición periódica en las dos direcciones paralelas a la pared de celdas elementales idénticas, formadas por un segmento de estría asociado a un par de torbellinos contra-rotatorios (Jiménez & Moin 1991, figura 6). El comportamiento temporal de este sistema “mínimo” es aún caótico, pero su geometría ya no lo es, a pesar de lo cual las estadísticas y la mayor parte de las propiedades del sistema reducido son esencialmente idénticas a las del sistema completo.

El modelo se simplificó aun más al descubrirse, por medio de un sistema artificial que simulaba el flujo bajo una cortadura uniforme, con una disipación variable que amortiguaba todas las fluctuaciones más allá de una cierta distancia de la pared, que el sistema reducido era autónomo, en el sentido de que podía sobrevivir sin necesidad del forzado producido por la turbulencia exterior (Jiménez & Pinelli 1999).

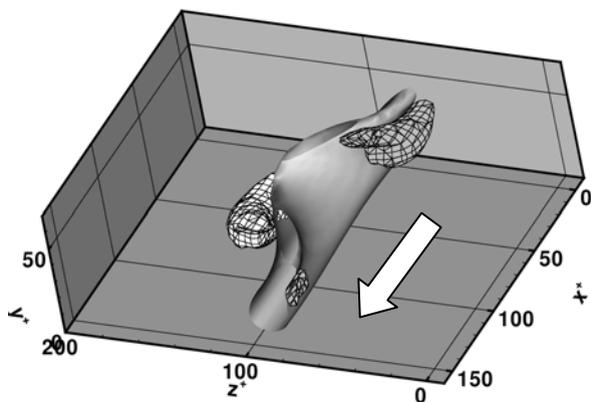
Al mismo tiempo, e independientemente, se habían empezado a encontrar ondas permanentes que eran soluciones exactas de las ecuaciones no lineales completas. Los primeros ejemplos se encontraron en flujos de Couette a bajos números de Reynolds, en los que el flujo se desarrolla entre dos paredes paralelas deslizándose en direcciones opuestas (Nagata 1986). Más tarde se encontraron soluciones parecidas en canales, en los que las paredes son estacionarias y el flujo se debe a un gradiente de presión, y más tarde en flujos artificiales en los que el flujo medio está sujeto a las condiciones naturales de no deslizamiento en las paredes, pero donde se permite a las fluctuaciones deslizarse libremente (Waleffe 1998), y en flujos “autónomos” como los descritos en el párrafo anterior para aislar la zona de la pared del exterior. Todas estas soluciones representaban esencialmente el mismo flujo mínimo, pero eran ondas permanentes que excluían incluso el caos temporal.



**Figura 6.** En la izquierda se representa la velocidad muy cerca de la pared en un canal turbulento real. Las zonas rojas son velocidades altas. El flujo va de izquierda a derecha, y la pared coincide con el plano del papel. La retícula marca las dimensiones de la unidad mínima estadísticamente capaz de soportar un flujo autosostenido (400 x 100 unidades viscosas). En la derecha se representa un flujo formado por la repetición periódica de dichas unidades mínimas. Las estadísticas de las fluctuaciones de los dos flujos coinciden para distancias a la pared menores que 80 unidades viscosas

Asombrosamente, las estadísticas de los flujos asociados a estas ondas permanentes, puntos fijos en un cierto espacio de fases, a pesar de ser inestables, siguen representando bastante bien las propiedades del flujo real (Jiménez et al. 2005, Jiménez 2007). Un ejemplo puede verse en la figura 7, donde el objeto central es una estría de baja velocidad, rodeada por una pareja de torbellinos contra-rotatorios que la generan a partir de la cortadura media, mientras que a su vez son generados a partir de la curvatura de la estría.

Estas soluciones son espacialmente periódicas, como los “cristales” de la figura 6, con longitudes de onda paralelas a la pared del orden de las distancias medias entre torbellinos y estrías en el flujo real. En los modelos periódicos las estrías son infinitamente largas, mientras que en la turbulencia real las estrías son sólo mucho más largas que la distancia entre torbellinos, pero la solución en la figura 7 aproxima lo que podríamos considerar una célula elemental del complejo estría-torbellinos. El mismo tipo de análisis se extendió más tarde a otros objetos dinámicos más complicados, tales como órbitas periódicas y conexiones homoclinicas en el espacio de fases. El resultado es generalmente que al menos una de las familias de soluciones que existen en cada caso representa bien las estadísticas de los flujos turbulentos reales cerca de la pared (ver el resumen en Jiménez et al. 2005).



**Figura 7.** Una de las ondas permanentes que representan la unidad mínima de la capa viscosa de la turbulencia de pared. El flujo va en la dirección de la flecha, con la pared en el plano  $x$ - $z$ . El objeto sombreado es una estría de baja velocidad. Los objetos mallados son los torbellinos contra-rotatorios asociados (Jiménez & Simens 2001)

Este desarrollo, que parece reivindicar la descripción de la turbulencia como un sistema dinámico, es sin embargo distinto de la idea original. Ninguno de estos sistemas reducidos es realmente turbulento, ni representa un atractor demasiado complicado. Por ejemplo, cada una de las ondas permanentes descritas en el párrafo anterior cubriría una superficie de un milímetro cuadrado en la capa límite de un avión. La capa límite sobre un ala completa incluiría cien millones de unidades mínimas, todas ellas restringidas a una fina capa de una fracción de milímetro de espesor, dentro de un flujo cuyo espesor total es de varios centímetros.

Sin embargo, a pesar de que cada onda aproxime sólo una pequeña parte del flujo, su trascendencia se debe a que la dimensión de su variedad inestable es baja. Típicamente, estas soluciones sólo tienen una o dos direcciones inestables en el espacio de fases, por lo que pueden considerarse casi como atractores. Son soluciones que no representan estados observables, pero que definen entornos del espacio de fases en los que el flujo permanece una fracción suficientemente grande del tiempo como para representar aproximadamente las estadísticas globales. Esta propiedad es local, y no se extiende al flujo en conjunto. En el ejemplo del ala del avión, aunque sólo se pretendiese describir la capa inmediatamente contigua a la pared, el espacio en el que habría que estudiar un posible punto fijo sería  $10^8$

veces mayor que el de las ondas mínimas recién descritas, y es muy improbable que la dimensión de la variedad inestable de cualquier punto fijo o solución reducida en este espacio fuera lo suficientemente baja como para que sus estadísticas resultaran relevantes para el flujo en general.

Sin embargo, estos sistemas reducidos distan mucho de ser útiles, ya que representan estados locales del flujo que son relativamente independientes entre sí. Por ejemplo, se han utilizado para desarrollar algoritmos de control, en los que la actuación es esencialmente local, y para acotar las propiedades de modelos semiempíricos de sub-malla para el flujo global. Su estudio es aún un trabajo en curso.

### **Hacia modelos detallados de la cascada turbulenta**

De lo dicho hasta ahora se deduce que una parte importante del trabajo en turbulencia durante el último cuarto de siglo ha estado dirigido a la caracterización de las estructuras del flujo. El esfuerzo ha sido fructífero, y muy posiblemente culmine en los próximos cinco o diez años en una clasificación esencialmente completa de las estructuras turbulentas de las clases más importantes de flujos canónicos. Por ejemplo, hemos visto que tenemos un catálogo bastante amplio de las estructuras de la subcapa viscosa en la turbulencia parietal, y resulta cada día más evidente que las estructuras lejos de la pared son esencialmente las mismas, aunque consideradas en un sentido promediado, y sometidas a la acción de una disipación turbulenta, de forma que estamos muy cerca de una clasificación definitiva de los componentes de esos flujos. Igualmente hemos visto que las estructuras de flujos libres de cortaduras, tales como las capas de mezcla, las estelas y los chorros, se estudiaron de forma casi exhaustiva durante los años 1970 y 1980.

Lo que aún entendemos mal, y lo que probablemente centrará el trabajo de la comunidad durante los próximos años, es la interacción entre las distintas escalas, y cómo compaginar el concepto de estructura con el de cascada.

Los modelos de cascada turbulenta se desarrollaron durante el siglo pasado como soluciones de semejanza para las estadísticas del flujo, asociadas a las simetrías de las ecuaciones no viscosas del movimiento, y son relaciones de escalado, más que modelos físicos.

Por ejemplo, de la invariancia de las ecuaciones incompresibles de Euler a cambios de escala se deduce que la única escala de

longitud posible, en ausencia de factores geométricos, es el tamaño de los remolinos, y eso, junto a la conservación de la energía cinética, lleva a la relación espectral (2) de Kolmogorov (1941). Un argumento equivalente para el flujo de cantidad de movimiento en la turbulencia parietal da lugar a la ley logarítmica de la velocidad media, pero los dos argumentos son solamente leyes de escalado para los gradientes de velocidad asociados a remolinos hipotéticos, y no dicen nada sobre la dinámica, ni en realidad sobre la existencia, de esos torbellinos.

Una de los resultados más gratificantes de los últimos años ha sido la comprobación de que las estructuras identificadas en los flujos turbulentos cumplen aproximadamente las leyes de escala que se habían deducido de las ecuaciones simplificadas. Por ejemplo, las ecuaciones de Navier-Stokes son viscosas, y la simplificación al modelo no viscoso de Euler no tendría necesariamente por qué funcionar, pero el espectro de energía de Kolmogorov se cumple relativamente bien, y las correcciones observadas son compatibles con un modelo invariante ligeramente más complicado (ver Frisch 1992). Un ejemplo más reciente son las estructuras de la turbulencia parietal por encima de la subcapa viscosa, que pueden describirse, bien como manojos de vórtices, o como regiones con esfuerzos de Reynolds especialmente intensos, y que cumplen el escalado predicho para la capa logarítmica; es decir, que la intensidad de sus fluctuaciones de velocidad es independiente de su tamaño, y que tanto su longitud como su altura y anchura son proporcionales a su distancia a la pared (del Álamo et al. 2006, Flores et al. 2007). Sabemos además que la geometría de estas estructuras es compatible con las autofunciones del crecimiento transitorio lineal descrito más arriba, pero no sabemos cómo los distintos tamaños están relacionados entre sí. Por ejemplo, no sabemos si las estructuras grandes provienen de las pequeñas, las pequeñas de las grandes, o si siguen alguna ley más complicada. Sin embargo, sabemos que la relación tiene que existir, porque una simple ley de escalado estadístico no es suficiente para garantizar la conservación estricta de la cantidad de movimiento, y también sabemos que la interacción no puede ser lineal, porque las relaciones lineales no son capaces de determinar la intensidad de las fluctuaciones.

La cascada inercial de energía en flujos isótropos presenta problemas parecidos, pero hay por lo menos un caso en el que no sólo sabemos que las estructuras cumplen las relaciones de escala predichas por los argumentos de simetría, sino que entendemos los procesos dinámicos responsables de ello. En la capa de cortadura entre dos corrientes paralelas a alto número de Reynolds no hay

ninguna escala de longitud característica, y las invariancias de las ecuaciones indican que el espesor de la capa debe crecer linealmente con la distancia al origen. Por la misma razón, las estructuras, que ya hemos visto provienen de una inestabilidad lineal, deben tener en media un tamaño proporcional a dicha distancia, a pesar de que no exista ningún mecanismo lineal para cambiar, por ejemplo, su longitud de onda. La proporcionalidad estadística se comprobó pronto (Brown & Roskko 1974), y se propusieron al menos dos mecanismos que podían dar lugar a un cambio de escalas: el apareamiento progresivo de remolinos contiguos, que es una generalización de la misma inestabilidad que da lugar a las estructuras iniciales (Winant & Browand 1974), y el desgarrar de los remolinos más débiles por parte de parejas colindantes de estructuras fuertes (Moore & Saffman 1975). Uno de los primeros resultados del análisis automático de visualizaciones experimentales fue demostrar que ambos procesos tienen lugar en el flujo, aunque en proporciones distintas, y que, de acuerdo con las predicciones del análisis dimensional, el resultado es el crecimiento lineal promediado del tamaño de las estructuras y del espesor de la capa (Hernán & Jiménez 1982).

No existen hasta ahora modelos con un nivel de detalle parecido para ninguna de las otras cascadas predichas por argumentos dimensionales, pero los avances en la visualización de los flujos, tanto experimentales como simulados, y el crecimiento continuo de la capacidad de análisis proporcionada por los ordenadores modernos, hacen pensar que el día en que sea posible plantear modelos completos para casos más complejos no está demasiado lejos.

### **El papel de la simulación numérica**

Llegados a este punto, es necesario reflexionar sobre qué consecuencias aplicables a otros campos pueden extraerse de este breve resumen histórico de la investigación en turbulencia. En primer lugar, resulta evidente que la mayor parte de lo expuesto se refiere a los últimos 30 años, a pesar de que la historia del tema se remonta a más de siglo y medio. En parte, eso es un efecto de la cercanía, que nos hace ver los desarrollos recientes como más importantes que los antiguos, y a la experiencia personal del autor. Es casi seguro que algunos de los temas tratados aquí no merecerán formar parte de un nuevo resumen histórico dentro de cincuenta años. Pero es también indudable que la producción de nuevos resultados en turbulencia se ha acelerado en los últimos años, por encima incluso de la aceleración en áreas afines. En un ejemplo anecdótico, pero significativo, una búsqueda bibliográfica de artículos publicados durante los últimos 35 años en las revistas punteras sobre mecánica de fluidos

(sobre todo el *J. Fluid Mechanics* y *Physics of Fluids*), revela un pequeño grupo de cuatro artículos con más de 1100 citas, bastante destacados sobre los demás. Los cuatro tratan sobre turbulencia. La misma búsqueda para los 35 años anteriores (1935-1970) da como resultado un grupo equivalente de cinco artículos, de los que los tres menos citados también tratan sobre turbulencia, pero en el que los dos primeros se refieren a otros temas (un método de cálculo muy utilizado en aerodinámica, y una inestabilidad en plasmas).

Las razones de este rápido desarrollo han sido múltiples, pero se pueden destacar dos. La primera es la interacción, ya discutida en la introducción, entre la investigación y las aplicaciones. Los primeros años del siglo pasado vieron el desarrollo inicial de tecnologías que requerían en muchos casos de la mecánica de fluidos. Por ejemplo, había que hacer volar los aviones y girar las turbinas de las centrales. Igualmente, los últimos años del siglo XIX se habían ocupado de problemas parecidos en la distribución de aguas, los canales, o la ingeniería naval. En todos esos casos bastó inicialmente un tratamiento basado en principios generales, pero una vez que las cosas empezaron a funcionar y se intentó optimizarlas, no hubo más remedio que prestar atención a los detalles, lo que en muchos casos significó entender el efecto de la turbulencia.

Los problemas industriales han sido el motor principal del énfasis sobre flujos de cortadura, que ha llevado a muchos de los desarrollos teóricos que he descrito más arriba. Esa tarea aún no ha finalizado, pero ya se ven en el horizonte nuevos retos que sin duda impulsarán nuevas áreas de investigación. La ingeniería espacial, que se desarrolló rápidamente en los años 1960-1970 para luego estancarse durante algún tiempo, nos exige cada vez más estudiar la influencia de la compresibilidad sobre los flujos en general, y sobre la turbulencia en particular. La posibilidad de que hayamos estado cambiando el clima inadvertidamente ha dado ya lugar a un renacer del estudio de los flujos geofísicos, tanto atmosféricos como oceanográficos, del mismo modo que el descubrimiento del agujero estacional en la capa de ozono llevó hace unos años, entre otras cosas, a un renacer de la teoría de la mezcla en flujos turbulentos rotatorios.

Sin embargo, creo personalmente que la razón principal por la que la producción en turbulencia se ha acelerado últimamente no ha sido esa, sino la aparición de nuevas herramientas de investigación, y muy especialmente de la simulación numérica.

La teoría de la turbulencia isotrópica debe poco a la simulación numérica, aunque las primeras indicaciones de que los remolinos disipativos eran torbellinos con una cierta forma, en vez de campos esencialmente aleatorios, tuvieron que esperar a las primeras simulaciones (Siggia 1981). De la misma manera, la teoría de los flujos con cortadura libre se desarrolló a partir de las observaciones experimentales que ya hemos citado, y podríamos argumentar que lo que hicieron principalmente esos experimentos fue rescatar una teoría linealizada que ya se había desarrollado en el siglo XIX.

La cortadura de pared fue distinta. Ya hemos dichos que estos flujos estuvieron entre los primeros en los que se estudió la turbulencia como un problema científico, pero a mediados del siglo pasado se sabía sobre ellos poco más que una serie de resultados generales relativos a flujo medio. La razón principal es que sus estructuras son tridimensionales, anisótropas, e inhomogéneas, y resultan difíciles de observar experimentalmente. La mayor parte de los desarrollos recientes, tanto lineales como no lineales, se derivan de simulaciones numéricas, y solamente en los últimos años las técnicas de trazado de partículas han empezado a proporcionar datos experimentales con un nivel de detalle parecido. Las primeras simulaciones de un canal turbulento, sin recurrir a modelos empíricos, fueron las de Kim et al. (1987), poco después de que los ordenadores empezaran a ser lo suficientemente potentes para representar flujos a números de Reynolds razonablemente altos. Inmediatamente supusieron una revolución en nuestra forma de ver esos flujos, para los que hemos visto que no existía una teoría sencilla que guiase las observaciones.

Los ritmo del progreso durante los años siguientes ha estado modulado por la ley de Moore, que en este contexto dice que la potencia de los ordenadores aumenta tres órdenes de magnitud cada década. Desde aquellas primeras simulaciones, la potencia de cálculo ha aumentado aproximadamente un millón de veces, lo que implica que hoy podemos simular un rango de escalas entre diez y cien veces mayor que entonces. Las simulaciones, que apenas podían reproducir flujos débilmente turbulentos en los años 1980, hoy se mueven en un rango de números de Reynolds equivalente al de los experimentos. Una evolución curiosa ha sido que las simulaciones, que al principio se calibraban cuidadosamente contra los resultados experimentales, sirven hoy con frecuencia como calibración para nuevos experimentos.

Parte de las ventajas de los flujos simulados es que sobre ellos se sabe todo, incluyendo variables, como la presión, difíciles de medir de otra forma, pero la importancia de la simulación numérica

en el estudio de la turbulencia no ha sido sólo su utilización como un método experimental más preciso. En los últimos veinte años los métodos experimentales también han mejorado mucho, y siempre es posible hacer experimentos a números de Reynolds más altos que los de las simulaciones (aunque no siempre es posible medir en ellos con precisión).

La principal ventaja de las simulaciones es la libertad que proporcionan para realizar experimentos conceptuales. Este tipo de experimentos ha sido desde siempre una de las principales herramientas de la física, y en la mayor parte de los casos se refieren a experimentos “imposibles” pero conceptualmente sencillos, cuyo resultado puede intuirse con poco más que un papel y un lápiz; por ejemplo ¿qué pasaría si intentásemos viajar más rápido que la luz?

En el caso de sistemas más complicados o caóticos, no siempre es fácil intuir cuál sería el resultado de un experimento conceptual, y la pregunta sólo puede contestarse a través de una simulación. Sin embargo, el papel de este tipo de experimentos en el desarrollo de la teoría sigue siendo el mismo que en los sistemas sencillos; ayudar a analizar los fenómenos, descomponiéndolos en sus componentes más elementales. Por ejemplo ¿cuál sería el comportamiento del flujo si se cambiase el tipo de no linealidad de las ecuaciones? ¿Qué pasaría si sustituyésemos el caos espacial de los torbellinos cerca de una pared por algo más ordenado? ¿Es necesario mantener las escalas más pequeñas del flujo para representar el comportamiento de las más grandes? ¿Viceversa?

El lector reconocerá en alguna de estas preguntas el origen de los resultados citados en los dos apartados anteriores, y ninguna de ellas puede responderse fácilmente, excepto por simulación numérica directa.

La razón por la que hoy empezamos a entender la dinámica de flujos turbulentos razonablemente complejos es que los ordenadores han empezado a ser lo suficientemente potentes para permitirnos hacer experimentos conceptuales sobre ellos en tiempos razonables. Igualmente, la razón por la que aún no entendemos bien los aspectos intrínsecamente multiescala de la turbulencia es que las simulaciones suficientemente grandes para permitir representar un rango de escalas más amplio son aún demasiado caras para poder usarlas como herramientas de exploración. La experiencia de los últimos años, unida a estimaciones del crecimiento de la capacidad de cálculo, sugiere que la escala de tiempo en la que esas limitaciones “instrumentales” tienden a desaparecer es de diez años.

## **El papel de la imaginación en la física.**

Hay una segunda lectura de las páginas anteriores que creo que es interesante resaltar en una Academia que incluye las Matemáticas como parte de sus intereses, a pesar de que hasta ahora nos hayamos centrado predominantemente en la discusión de un fenómeno físico.

Hace ya varios siglos, a partir del trabajo de Galileo y Newton, que se entiende que hay pocas diferencias entre las matemáticas y la física. La segunda es poco más que una descripción matemática del mundo observable. La diferencia fundamental ha sido tradicionalmente que las matemáticas tienen la libertad de inventar los mundos con los que trabajan, mientras que la física, y el resto de las ciencias naturales, deben centrarse en describir una realidad preexistente. En este sentido, si las matemáticas se parecen a la poesía, las ciencias naturales corresponden a la historia, y he expresado al principio de este discurso mi convicción de que es importante que ambas se mantengan cercanas a la observación, no sólo por razones utilitarias, sino incluso estéticas.

Sin embargo, de la misma forma que he explicado por qué creo que las matemáticas deben esforzarse en parecerse lo más posible a la física, me gustaría sugerir que una de las herramientas más importantes de la física es precisamente tomar prestada parte de la libertad de las matemáticas. He dado varios ejemplos a lo largo de estas páginas de sistemas turbulentos “inexistentes” que sin embargo ayudan a entender la turbulencia real, y he citado también flujos experimentales, en soluciones de polímeros o en superfluidos, que pueden implementarse en el laboratorio, pero cuya importancia trasciende su caso particular para darnos pistas sobre cómo funciona la turbulencia canónica.

Me gustaría acabar listando tres razones por las que la libertad de crear “físicas imaginarias” es una herramienta cada día más importante para entender el mundo real, especialmente cuando tratamos con sistemas complejos.

En primer lugar, estos ejercicios permiten entender qué es lo esencial y qué lo accesorio de los sistemas que observamos. Los experimentos imaginarios proporcionan contexto a las teorías físicas, y nos indican cuánto nos podemos separar de las observaciones sin cambiar los aspectos particulares que nos interesan en el comporta-

miento del sistema. Un corolario trivial es que estas excursiones imaginarias nos permiten estimar qué márgenes de error podemos permitir en nuestras observaciones antes de tener que cambiar de forma sustancial la teoría resultante. He discutido aquí el ejemplo de la turbulencia, pero podría haberme referido aún con más razón a la biología, donde es muy probable que lo que observamos sea sólo una realización particular de la vida, probablemente en parte accidental, en vez de todo lo que podríamos considerar “vivo”.

En segundo lugar, la imaginación nos permite crear cosas nuevas. He dado ejemplos en los que el diseño de las simulaciones numéricas nos obliga a entender qué es lo esencial que debemos mantener en un método numérico para no desvirtuar nuestro sistema, pero la posibilidad de cambiar la física no debe entenderse sólo como una limitación, sino como una oportunidad. La ingeniería ha surgido del arte de cambiar los fenómenos observados, lo cual parece difícil cuando se refiere a cambiar las leyes fundamentales de la física, pero más fácil cuando se trata de modificar sistemas particulares, como las ecuaciones de Navier-Stokes. No tengo más remedio que apuntar en este contexto otra vez a la biología, o a la medicina.

Por último, el ejercicio de la imaginación se está haciendo cada día más fácil. La simulación numérica, y los ordenadores en general, nos facilitan cada día más la exploración de mundos imaginarios, incluso antes de obligarnos a decidir si son posibles o no. Hasta hace poco, eso sólo podía hacerse para sistemas sencillos, porque era difícil predecir el resultado de experimentos más complejos. Lo que los ordenadores nos permiten cada día más es “jugar” antes de construir, incluyendo la posibilidad de jugar con sistemas que no tienen que ser más que auxiliares, de los que sólo buscamos que nos ayuden a entender los sistemas reales, sin que necesariamente nos proponamos llegar a construirlos algún día.

Éste ha sido quizá uno de los cambios cualitativos más importantes en la investigación científica en los últimos años. A juzgar por el progreso realizado en el caso de la turbulencia en los últimos treinta años, después de un siglo en el que había sido difícil ir mucho más allá de la descripción del flujo promediado, es muy posible que esta nueva libertad nos lleve a “resolver” el problema de la turbulencia relativamente pronto, y quizá pueda también ayudar en el análisis de otros problemas complejos.

Muchas gracias por su atención.

## Referencias

- Del Álamo JC & Jiménez J 2003 Spectra of very large anisotropic scales in turbulent channels, *Phys. Fluids* **15**, L41-L44.
- Del Álamo JC & Jiménez J 2006 Linear energy amplification in turbulent channels, *J. Fluid Mech.* **559**, 205-213
- Del Álamo JC, Jiménez J, Zandonade P & Moser RD 2006 Self-similar vortex clusters in the logarithmic region, *J. Fluid Mech.* **561**, 329-358.
- Boussinesq J 1877 Essai sur la theorie des aux courrantes, *Mem. Acad. Sci. Paris* **23**, 1-680.
- Boussinesq J 1897 *Theorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes a grand section*, Gautier-Villars, Paris.
- Brown GL & Roshko A. 1974 On the density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.* **64**, 775-816.
- Darcy H 1854 Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyeaux, *Mém. Savants Etrang. Acad. Sci. Paris* **17**, 1-268.
- Donnelly RJ 1991 *Quantized Vortices in Helium II*, Cambridge U. Press.
- Flores O, Jiménez J & del Álamo JC 2007 Vorticity organization in the outer layer of turbulent channels with disturbed walls, *J. Fluid Mech.* **591**, 145-154.
- Freytmuth P 1966 On transition in a separated laminar boundary layer, *J. Fluid Mech.* **25**, 683-704.
- Frisch U 1995 Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov, Cambridge U. Press.
- Gaster M, Kit E & Wygnanski I 1985 Large-scale structures in a forced turbulent mixing layer, *J. Fluid Mech.* **150**, 23-39
- Germano M, Piomelli U, Moin P & Cabot WH 1991 A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A* **3**, 1760-1765.
- Gibbon JD, Bustamante M & Kerr RM 2008 The three-dimensional Euler equations: singular or non-singular, *Nonlinearity* **21**, T123-T129.
- Hagen GHL 1839 Über den Bewegung des Wassers in engen cylindrischen röhren, *Poggendorfs Ann. Physik Chemie* **46**, 423-442.
- Hagen GHL 1854 Über den Einfluss der Temperatur auf die Bewegung des Wassers in Röhren, *Math. Abh. Akad. Wiss. Berlin*, 17-98.
- Hernán MA & Jiménez J 1982 Computer analysis of a high-speed film of the plane turbulent mixing layer, *J. Fluid Mech.* **119**, 323-345.
- Hinze JO 1975 *Turbulence*, McGraw-Hill.
- Jiménez J 2007 Recent developments in wall-bounded turbulence, *Rev. R. Acad. Cien. Serie A, Mat.* **101**, 187-203.
- Jiménez J, Kawahara G, Simens MP, Nagata M & Shiba M 2005 Characterization of near-wall turbulence in terms of equilibrium and 'bursting' solutions, *Phys. Fluids* **17**, 015105.1-16.
- Jiménez J & Moin P 1991 The minimal flow unit in near wall turbulence, *J. Fluid Mech.* **225**, 213-240.
- Jiménez J & Pinelli A 1999 The autonomous cycle of near wall turbulence, *J. Fluid Mech.* **389**, 335-359.

- Jiménez J, Wray A, Saffman PG & Rogallo RS 1993 The structure of intense vorticity in isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.* **255**, 65-90.
- Keefe L, Moin P & Kim J 1992 The dimension of attractors underlying periodic turbulent Poiseuille flow *J. Fluid Mech.* **242**, 1-29.
- Kim HT, Kline SJ & Reynolds WC 1971 The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.* **50**, 133-160.
- Kim J, Moin P & Moser RD 1987 Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.* **177**, 133-166.
- Kobayashi M & Tsubota M 2005 Kolmogorov spectrum of superfluid turbulence: Numerical analysis of the Gross-Pitaevskii equation with a small-scale dissipation, *J. Phys. Rev. Lett.* **94**, 065302.
- Kolmogorov AN 1941 The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids a very large Reynolds numbers, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **30**, 301-305. Reprinted in *Proc. R. Soc. London A* **434**, 9-13 (1991)
- Kraichnan RH 1971 Inertial range transfer in two- and three-dimensional turbulence. *J. Fluid Mech.* **47**, 525-535.
- Lamb H 1895 *Hydrodynamics*, Cambridge U. Press
- Launder BE, Reece GJ & Rodi W 1975 Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.* **68**, 537-566.
- Lee M & Reynolds WC 1985. Bifurcating and blooming jets. *Dep. Mech. Eng. Thermosci Div. Rep.* **TF-22**, Stanford Univ.
- Lorenz EN 1963 Deterministic non-periodic flows, *J. Atmosph. Sci.* **20**, 130-141.
- McComb WD 1990 *The physics of fluid turbulence*, Oxford U. Press.
- Melander MV & Hussain F 1989 Cross-linking of two antiparallel vortex tubes, *Phys. Fluids A* **1**, 633-636.
- Millikan CB 1938 A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes, *Proc. 5th Intl. Conf. on Applied Mechanics*, 386-392, Wiley
- Moore DW & Saffman PG 1975 The density of organized vortices in a turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.* **69**, 465-473.
- Moser RD 2006 On the validity of the continuum approximation in high Reynolds number turbulence, *Phys. Fluids* **18**, 078105.
- Nagata M 1986 Bifurcations in Couette flow between almost corotating cylinders, *J. Fluid Mech.* **169**, 229-250.
- Onsager L 1949 Statistical hydrodynamics, *Nuovo Cimento Suppl.* **6**, 279-286.
- Obukhov AM 1941 On the distribution of energy in the spectrum of turbulent flow, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **32**, 22-24.
- Poiseuille JML 1846 Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres, *Mém. Savants Etrang. Acad. Sci. Paris* **9**, 435-544.
- Pope SB 2000 *Turbulent flows*, Cambridge U. Press.
- Pouquet A, Frisch U & Chollet JP 1983 Turbulence with a spectral gap, *Phys. Fluids* **26**, 877-880.
- Rayleigh, Lord 1880 On the stability, or instability, of certain fluid motions, *Proc. London Math. Soc* **11**, 57-70.
- Reynolds O 1883 An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of

- resistance in parallel channels, *Phil. Trans. Royal Soc. London* **174**, 935-982 (*Papers ii*, 51)
- Reynolds O 1894 On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, *Phil. Trans. Royal Soc. London* **186**, 123-164, (*Papers ii*, 535)
- Reynolds WC, Parekh DE, Juvet PJD & Lee MJD 2001 Bifurcating and blooming jets. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **35**, 295-315.
- Richardson LF 1920 The supply of energy from and to atmospheric eddies, *Proc. Roy. Soc. A* **97**, 354-373.
- Richardson LF 1922 *Weather prediction by numerical process*, Cambridge U. Press.
- Ruelle D & Takens F 1971 On the nature of turbulence, *Commun. Math. Phys.* **20**, 167-192.
- Schmid PJ 2007 Nonmodal stability theory, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **39**, 129-162.
- Siggia ED 1981 Numerical study of small scale intermittency in three-dimensional turbulence, *J. Fluid Mech.* **107**, 375-406.
- Swift J 1733 *On poetry: a rhapsody*, J. Huggonson, London
- Tabor M & de Gennes PG 1986 A cascade theory of drag reduction, *Europhys. Lett.* **2**, 519-522.
- Taylor GI 1935 Statistical theory of turbulence, *Proc. Roy. Soc. London A* **151**, 421-478.
- Taylor GI 1938 Production and dissipation of vorticity in a turbulent fluid, *Proc. Roy. Soc. London A* **164**, 15-23.
- Taylor GI & Green AE 1937 Mechanism of the production of small eddies from large ones, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **158** 499-521.
- Tennekes H & Lumley JL 1972 *A first course in turbulence*, MIT Press.
- Townsend AA 1976 *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge U. Press, second edition.
- Vergassola M, Dubrulle B, Frisch U & Noullez A 1994 Burgers' equation, devil's staircases and the mass distribution for large-scale structures, *Astron. Astrophys.* **289**, 325-356.
- Virk PS, Mickley HS & Smith KA 1970 The ultimate asymptote and mean flow structure in Toms' phenomenon, *J. Appl. Mech.* **37**, 488-493.
- Waleffe F 1998 Three-dimensional coherent states in plane shear flows, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4140-4143.
- Wang M, Freund JB & Lele SK 2006 Computational prediction of flow-generated sound, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **38**, 483-512
- Whitham GB 1974 *Linear and nonlinear waves*, Wiley.
- Winant CD & Browand FK 1974 Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.* **64**, 775-816.





CONTESTACIÓN por el Excmo. Sr. D  
Amable Liñán Martínez



*Excmo. Sr. Presidente*

*Señores Académicos.*

*Queridos amigos:*

Me es muy grato cumplir con el encargo de la Academia de dar, en nombre de nuestra Corporación, la bienvenida a D. Javier Jiménez Sendín y mostrar públicamente nuestra satisfacción por poder en adelante contar entre sus miembros numerarios a una persona con un historial científico y docente tan relevante.

También quiero expresar mi agradecimiento por el brillante discurso que nos ha ofrecido sobre un tema tan complejo y tan importante como es la Turbulencia. Este tema, a pesar de su gran importancia científica y tecnológica, sólo había sido tratado antes en esta Casa, con la adecuada profundidad de un investigador bien reconocido del tema, por Javier Jiménez. Ahora lo hará en esta ocasión solemne de su Ingreso.

Los flujos turbulentos juegan un papel trascendental en la Ingeniería, por su relevancia en el funcionamiento apropiado y eficaz de muchos procesos químicos, de vehículos y de las máquinas térmicas y fluidodinámicas. Pero la Turbulencia es también determinante de los movimientos del aire y del agua que han de ser descritos por la Meteorología y la Oceanografía y, también, el de los plasmas en la Astrofísica.

Aunque los flujos turbulentos responden, como nos señaló Javier Jiménez, a leyes recogidas en las ecuaciones aportadas por Navier y Stokes hace ya más de siglo y medio, el conocimiento bien fundamentado de la complejísima estructura de estos flujos sigue siendo el problema todavía no resuelto de la física clásica; a pesar de los avances reseñados por Javier Jiménez en el Discurso de hoy (y en el publicado por él en 2007 en el número 101 de nuestra revista). Estos avances han sido posibles, como él nos ha dicho, gracias a las posibilidades que para el análisis de estos

flujos nos ofrecen las nuevas técnicas de medición con láser y de simulación numérica de los flujos; ambas suscitadas por el enorme crecimiento de la potencia de los ordenadores.

Empezaré haciéndoles un breve resumen de la trayectoria de Javier Jiménez por instituciones de excelencia, que facilitaron su formación y la labor investigadora y docente tan sobresaliente por la que nos honra al recibirle en esta Casa.

Javier Jiménez nació en Madrid en 1945 en una familia que, como nos ha dicho en su Discurso, propició su futura inclinación a la Ingeniería y a la Investigación. Esta inclinación, para fortuna de los que nos dedicamos a la Dinámica de Fluidos, le trajo a la Escuela de Ingenieros Aeronáuticos; donde, muy pronto, tuve ocasión de descubrir su talento y habilidad excepcionales, al cimentar sus conocimientos de las ciencias básicas de la Ingeniería en sus aspectos más fundamentales. Por su sorprendente pero siempre atinado, modo de responder a las cuestiones que se planteaban en mi curso de Mecánica de Fluidos y en nuestros seminarios, nació entre nosotros una gran amistad. Ésta, en mi caso, se fue profundizando y tiñendo de admiración por su callada curiosidad por una gran diversidad de fenómenos de la naturaleza y de los que atañan a la Ingeniería, a los que siempre busca encontrar explicación racional. Obviamente mi admiración es más especial ante la obra científica de Javier Jiménez, ligada a la Turbulencia, que ha esbozado en su discurso. En ella se refleja el carácter y el tesón con que se ha esforzado incansablemente en encontrar el orden en los flujos turbulentos (de tipo caótico como las soluciones correspondientes de las ecuaciones de Navier-Stokes), que es tan importante para nuestro entendimiento del papel e influencia de la Turbulencia en los fenómenos de la Naturaleza y en la Tecnología.

Me siento afortunado y orgulloso de haber podido influir en que su formación investigadora tuviese lugar en un centro de excelencia, como el de los Laboratorios Aeronáuticos Guggenheim (Galcit), del Instituto Tecnológico de California (Caltech), y en que, posteriormente, sus actividades docente e investigadora no estuviesen alejadas de nuestra Escuela de Ingenieros Aeronáuticos; habiendo tenido así el privilegio de seguirlas de cerca y haberme beneficiado de los frutos tan sobresalientes de estas actividades.

Así pues, al terminar en 1969 sus estudios de Ingeniería Aeronáutica en Madrid, Javier Jiménez decidió solicitar una beca conjunta de la NASA y de la ESRO (la European Space Research

Organization, ahora la ESA), que le fue asignada, gracias a su magnífico expediente, para seguir estudios graduados en el Caltech. Allí obtuvo el Master en Ciencias Aeronáuticas en 1970 y el Doctorado en Matemática Aplicada en 1973.

Su tesis doctoral estuvo dedicada al análisis que los efectos disipativos y los no lineales tienen en las oscilaciones acústicas en la propagación de ondas. Fue dirigida por Gerald Whitham\*, el primer discípulo de Sir James Lighthill, quien posteriormente ocuparía la Cátedra de Newton en Cambridge; juntos, al final de la Segunda Guerra Mundial, iniciaron en Manchester el desarrollo de la teoría del Sonic Boom, independientemente de la contribución de Landau en Rusia. Esta teoría explica el estampido sónico, asociado al campo lejano de las ondas inducidas por el movimiento supersónico de aviones. Estas ondas acústicas que coalescen por efectos no lineales en un sistema de dos ondas de choque, con una configuración casi cónica, viajan con el avión y en su intersección con el suelo, dan lugar a un doble estampido; por lo que, por sus efectos molestos, se prohíbe el vuelo supersónico comercial sobre zonas pobladas.

Una parte de la Tesis de Javier Jiménez, que fue publicada en 1976 en los Proceedings de la Royal Society de Londres, estuvo dedicada a extender el método de la Lagrangiana promediada de Whitham para incluir los efectos, cuando pequeños, de la disipación viscosa en la descripción analítica de los trenes de ondas no lineales. La otra parte, publicada en 1973 en el Journal of Fluid Mechanics, trata de la formación de ondas de choque en tubos, cuando se excitan oscilaciones del gas de su interior con frecuencias próximas a las de resonancia; la Tesis incluye una parte experimental, hecha en colaboración con el Profesor Sturtevant.

La estancia de Javier Jiménez en el Caltech se prolongó un año, hasta 1974, con un nombramiento de Research Associate, para trabajar en el análisis de las estructuras coherentes en las capas de mezcla turbulentas, que acababan de ser descubiertas en el Caltech. Estas estructuras coherentes fueron puestas de manifiesto al observar la capa de mezcla entre dos corrientes paralelas de velocidades distintas y con densidades distintas (como es el caso del Helio y del Nitrógeno). Esto último hizo posi-

---

\* Véase su libro "Linear and Nonlinear Waves". Wiley-Interscience 1974 (Un clásico de la teoría de ondas en fluidos).

ble fotografiarlas utilizando umbrioscopia, a un ritmo de 8000 fotos por segundo; sin sembrado previo con partículas.

Yo soy testigo del asombro y entusiasmo, que al enseñarme estas fotografías mostraban Javier Jiménez y Manuel Rebollo; éste último también Ingeniero Aeronáutico de nuestra Escuela, que había sido encargado de la visualización fotográfica y, también, de la medición de las fluctuaciones de concentración como parte de sus tesis doctoral.

El análisis de estas estructuras se convertiría en una parte central de la actividad investigadora de Javier Jiménez a su vuelta a España. Se inició, ya en 1974, en nuestra Escuela al montar, junto a Manuel Rebollo, una instalación experimental para el análisis de estas estructuras en capas de mezcla entre dos corrientes paralelas con temperaturas ligeramente distintas. Los cincuenta mil datos por segundo obtenidos para las fluctuaciones de velocidad y temperatura requerían con los ordenadores entonces disponibles el desarrollo de técnicas para el almacenamiento y el tratamiento digital de los datos. Más tarde ampliarían estas técnicas en el Centro Científico de IBM en la Universidad Autónoma de Madrid, donde Manuel Rebollo había sido encargado de organizar, como director, un grupo de tratamiento digital de imágenes, al que se incorporó Javier Jiménez en 1975. Éste participó allí con el grupo en los programas de investigación de ayuda a otros grupos de investigación de universidades e instituciones estatales que necesitaban manejar grandes masas de datos; por lo que requerían para su tratamiento y análisis grandes ordenadores. Su etapa del Centro Científico, con dedicación parcial a nuestra Escuela, fue muy fructífera para la actividad investigadora de Javier Jiménez y de sus alumnos de doctorado.

Porque, en efecto, Javier Jiménez no dejó ni la investigación experimental en la Escuela ni la docencia de los estudiantes de doctorado; lo que hizo con dedicación parcial, primero como Profesor Encargado de Curso, hasta 1984 y después como Profesor Titular de Matemática Aplicada. En 1989, al obtener por oposición, dentro del Programa Propio, la plaza de Catedrático de Mecánica de Fluidos pudo incorporarse a nuestra Escuela con dedicación completa.

Las técnicas de tratamiento digital de imágenes, que estaban desarrollando en el Centro Científico de IBM, fueron aplicadas por Javier y sus estudiantes Marta Cogollos y Miguel Hernán para el análisis de las estructuras coherentes, en forma de los grandes

torbellinos de la capa de mezcla turbulenta, observadas en las películas obtenidas en el Caltech. Pudieron mostrar cuantitativamente cómo el tamaño de los mismos crecía por apareamiento, aunque acompañado a veces por el desgarramiento, de torbellinos vecinos. La deducción de modelos matemáticos de la capa de mezcla, basados en el análisis y en las observaciones cuantitativas de la evolución de las estructuras coherentes, era un claro objetivo de Javier Jiménez. Así, ya en 1981 presentó algunos de estos modelos en una reunión de los grupos españoles de investigación en Mecánica, organizada por Gregorio Millán en la Academia de Ciencias.

Para darles un ejemplo de la formación excelente y de la capacidad para una actividad relevante posterior que adquirirían los brillantes estudiantes de doctorado atraídos por Javier Jiménez, les citaré el caso de Miguel Hernán, que al terminar su Tesis doctoral, después de pasar un periodo como post-doc en el Caltech, se incorporó al Jet Propulsion Laboratory de la NASA. Allí terminaría encargándose del Laboratorio de Tratamiento de Imágenes, donde le correspondió, entre otras, la tarea de coordinar el programa de generación y análisis de las debilísimas señales que llegaban desde el Voyager, enviadas después de su paso por Urano y Neptuno, cuando fueron tomadas y almacenadas en el ordenador de reserva del Voyager. Éste tuvo que ser reprogramado desde tierra para esta tarea, antes de su llegada a Urano.

Como ya dije antes, Javier Jiménez se ocupó en el Centro Científico de una gran variedad de proyectos para ayudar a grupos de investigación en el manejo masivo de datos para su análisis con ordenadores. Entre ellos, algunos dedicados a la metodología a usar en sistemas integrados de seguimiento de la contaminación atmosférica, y otros dedicados al tratamiento de imágenes procedentes de satélites. Uno de los proyectos, con unos biólogos (pertenecientes al grupo de Margarita Salas) del Centro de Biología Molecular de la Universidad Autónoma de Madrid, sobre métodos de visualización de estructuras biológicas tridimensionales, dio lugar a varias publicaciones conjuntas y, entre ellas, una de Javier Jiménez, junto con Santisteban, Carazo y Carrascosa en la revista *Science* **232**, 1113-5 (1986); incluye en la portada una imagen reconstruida de un virus, obtenida con la información proporcionada por microscopía electrónica.

En este periodo, Javier Jiménez utilizaba unas becas ofrecidas por IBM para iniciar a estudiantes no graduados en la investigación. Entre éstos, Roque Corral y Juan Antonio Hernández que

colaboraron con él en el desarrollo de un programa de enseñanza informática asistida por ordenador y después harían con él su tesis doctoral; Roque Corral sobre métodos multimalla en flujos transónicos, y Juan Antonio Hernández, que después se ha dedicado a la investigación y a la enseñanza en la Escuela de Ingenieros Aeronáuticos, sobre inestabilidades en flujos multifásicos. Roque Corral se incorporó al Grupo de Diseño de Turbinas de ITP, donde ha jugado un papel fundamental en conseguir que Rolls-Royce encargue a ITP el diseño de la turbina de baja presión, que mueve el fan de todos sus turbofans. Javier Jiménez y sus estudiantes han trabajado en proyectos de investigación subvencionados por ITP relacionados con la aerodinámica de turbinas, con aportaciones seminales.

Otros dos estudiantes que antes de graduarse iniciaron con Javier Jiménez sus investigaciones son Juan Carlos Agüi y Juan Antonio Zufiria. El primero se ocupó de métodos de reconstrucción y análisis de flujos a partir imágenes obtenidas por seguimiento de partículas sembradas en el flujo por su visualización. Después obtuvo una beca para seguir los estudios de doctorado en la Universidad de Stanford, dedicándose al desarrollo de técnicas de visualización holográfica de flujos; a su vuelta, ingresó en IBM España, llegando a ser uno de sus Directores.

Juan Antonio Zufiria trabajó con Javier Jiménez en la elaboración de métodos de simulación del movimiento de convección del manto terrestre, con vistas a explicar el movimiento, por convección natural en el manto, de las Placas Tectónicas. El magma asciende desde el fondo del manto en las dorsales oceánicas, se enfría pasando a formar la placa o corteza litosférica, debido al enorme crecimiento de la viscosidad al disminuir la temperatura; la placa se hunde en las zonas de subducción, donde vuelve a fundirse a medida que se introduce de nuevo en el magma caliente. Zufiria y Jiménez tuvieron en cuenta los valores muy altos de la conductividad y muy pequeños de la viscosidad (en realidad de los números de Prandtl y de Rayleigh) para mostrar que el movimiento lo generan las fuerzas de flotabilidad en capas límites que rodean al núcleo isoterma. Desarrollaron los métodos de simulación más apropiados, combinando técnicas de tipo asintótico y numérico; los resultados fueron publicados en el *Journal of Fluid Mechanics*. Para su doctorado Zufiria fue, con el apoyo de Javier Jiménez, al Caltech; para estudiar, bajo la supervisión de Philip Saffman las inestabilidades de Rayleigh-Taylor, tan importantes en los sistemas de fusión nuclear por confina-

miento inercial. A su vuelta a España Zufiria se incorporó a IBM España, donde actualmente es el Presidente.

Aunque el trabajo de investigación de Javier Jiménez ha estado centrado en el análisis de las estructuras coherentes de los flujos turbulentos, también se ha ocupado, con sus colaboradores, en problemas de carácter industrial, que requieren un conocimiento profundo de la turbulencia, y que fueron desarrollados mediante proyectos subvencionados por empresas. Algunos ejemplos:

- Para Airbus: Control de capas límites.
- Para ITP: Simulación directa de burbujas transicionales en la turbina de baja presión.
- Para TEMASA: Simulación del tendido de cables submarinos.
- Para Iberspacio: Chorros turbulentos para el control del empuje en cohetes de combustible sólido.
- Para Dassault Aviation: Simulación numérica de la transición en el borde de ataque de alas en flecha.

La mayoría de estos proyectos están ligados a la Ingeniería Aeronáutica tanto a la Aerodinámica Externa, en torno a alas y fuselajes, como a la Aerodinámica Interna asociada a la propulsión con motores cohete y turborreactores. Los movimientos correspondientes del aire tienen valores muy altos del número de Reynolds. Éste, que mide la relación entre las fuerzas de presión y las viscosas, es muy alto; con valores superiores al millón en la Aerodinámica Externa, y también, aunque reducidos en un factor del orden de cien, en la Interna.

Por ello, el flujo alrededor de aviones podría estar bien descrito por las ecuaciones que nos legó Euler hace algo más de 250 años, que no incorporan los esfuerzos viscosos opuestos al deslizamiento entre capas fluidas. Sin embargo, como nos enseñó en 1904 Ludwig Prandtl en un trabajo fundamental para la Mecánica de Fluidos, presentado en el 3<sup>er</sup> Congreso Internacional de Matemáticas, el aire en contacto con la superficie sólida no desliza respecto a ella; y sólo parece hacerlo fuera de una capa delgada, la capa límite. A través de esta capa la velocidad cae rápidamente a cero, desde el valor de deslizamiento establecido por la solución

de las ecuaciones de Euler; por ello no pueden despreciarse los esfuerzos viscosos al analizar el movimiento del aire en la capa límite.

Prandtl nos mostró que estas capas límite podrían desprenderse; esto es, podían abandonar la pared para adentrarse en el seno del aire, como capas de torbellinos (o capas de mezcla entre dos corrientes casi paralelas de distinta velocidad), que afectan radicalmente al flujo externo.

Los estudios de estabilidad de las capas límites y de su transición a la turbulencia se desarrollaron con técnicas de tipo analítico primero, y después con técnicas de simulación numérica, a las que también ha contribuido Javier Jiménez. Cuando el número de Reynolds es del orden de medio millón el flujo en la capa límite se hace turbulento, y la capa límite es más resistente al desprendimiento, aunque aumenta la resistencia de fricción, que es más pequeña en el caso laminar. Por otra parte, los flujos laminares en las capas de mezcla, o en las capas de torbellinos generadas por desprendimiento de la capa límite, son mucho más inestables que los de la capa límite, conduciendo a la formación de los torbellinos que crecen por apareamiento.

La preocupación de Javier Jiménez por la turbulencia nació incitada por el descubrimiento en el Caltech de las estructuras coherentes en las capas de mezcla. Éstas tienen un interés especial en el análisis de los procesos de combustión, que sólo pueden tener lugar después de mezclar el combustible inyectado en la cámara de combustión con el aire que la alimenta procedente del compresor. La turbulencia interna generada en la corriente de alimentación del aire, a menudo con giro para formar burbujas de recirculación en la cámara, facilita el proceso de mezcla del aire con el combustible y, con ello, la combustión, que transforma la energía química en térmica. (Así, los efectos tan fuertes de la fluidodinámica turbulenta para la mezcla del aire con el combustible permiten que las reacciones químicas den lugar a potencias del orden de 100 Mw en los reactores grandes comerciales, con un volumen total, del orden del m<sup>3</sup>, de las cámaras de combustión de sus motores).

La preocupación de Javier Jiménez por la turbulencia “de pared” en las capas límites en las dos últimas décadas es especialmente importante. Afecta no sólo a la fluidodinámica, pero también al transporte convectivo de calor y de masa del fluido a la pared y con ello al ritmo al que ocurren las reacciones químicas

superficiales. Por otra parte, las estructuras coherentes de la capa límite turbulenta, que tienen forma de estrías y torbellinos en la subcapa inercial, influyen decisivamente en los procesos de deposición en la pared de sustancias y partículas.

Una parte importante de la actividad investigadora de Javier Jiménez en la Turbulencia fue hecha apoyándose en su conexión con el Centro de Investigación de la Turbulencia (el CTR) de NASA-Ames y de la Universidad de Stanford, desde su creación en 1986; allí, Javier Jiménez, desde 1989 ha pasado los veranos trabajando en colaboración estrecha con los investigadores del Centro; con acceso, por ello, a los ordenadores más potentes y avanzados de la NASA. La voracidad de Javier Jiménez por el tiempo de cálculo de los ordenadores es inmensa, como puede atestiguar Matero Valero, el director del Marenostrom. Así, utilizando eficazmente esta herramienta, ha podido contribuir a los descubrimientos que nos ha expuesto en el Discurso; lo que no habría sido posible sin su capacidad de análisis con técnicas analíticas y asintóticas, sin su excelente formación en las técnicas de reconocimiento de patrones a partir de la ingente masa de datos proporcionados por la simulación numérica y, especialmente, sin su excepcional intuición física. Claro está que sus aportaciones han sido hechas con la colaboración estrecha de sus alumnos de doctorado, de los cuales una fracción son extranjeros, y de los post-doc que vienen atraídos por su maestría; soy testigo del entusiasmo y la tenacidad que todos ellos, copiando a su Maestro ponen en su empeño investigador.

Por sus aportaciones a la Mecánica de Fluidos y, muy especialmente, al análisis de los flujos turbulentos, en 1999 Javier Jiménez fue nombrado Catedrático de Mecánica en la Escuela Politécnica de Paris; con la responsabilidad de las clases magistrales, y la dirección de la organización de las clases complementarias, sobre Dinámica de la Vorticidad y la Turbulencia. Para facilitar a los alumnos, el aprovechamiento de sus clases preparó una monografía "Vortex Dynamics and Turbulence" publicada por la Escuela Politécnica que también nos será muy útil a los que nos dedicamos a la Mecánica de Fluidos. En 2005 dejó el puesto por la dificultad de poder atender adecuadamente, sus crecientes tareas.

Javier Jiménez, con un índice H de 27 en sus publicaciones (de las cuales hay 3 con más de 400 citas cada una) ha acumulado muchos honores, que incluyen su nombramiento como Fellow de la American Physical Society, Miembro numerario de la Real

Academia de Ingeniería. Ahora, después de un periodo breve como Correspondiente, y de haber recibido antes el Premio de la Academia, se incorpora ahora como Numerario. En cierto modo recogerá el testigo de la Ingeniería Aeronáutica que dejó el que fue mi Maestro Gregorio Millán; como yo recogí el de Felipe Lafita. Ambos nos formamos en una Escuela de Ingeniería, que nació, con vocación de excelencia el mismo año, 1928, que los Laboratorios Aeronáuticos Guggenheim del Caltech (Institución clave para mi formación, como para la de Javier).

La Escuela Superior Aerotécnica de 1928 fue dirigida por Emilio Herrera que fue Académico de esta Casa, al igual que muchos de sus profesores como Esteban Terradas, Plans Freire, Rey Pastor, Sánchez Pérez, Puig Adam, Navarro Borrás, Julio Palacios y posteriormente Ricardo San Juan y Sixto Ríos, que fueron llamados para atender a las enseñanzas de las ciencias básicas de la Ingeniería. Del ambiente que ellos crearon al fomentar la vocación por los aspectos básicos de las ciencias de la Ingeniería nos hemos beneficiado yo mismo y Javier Jiménez y, afortunadamente, también nuestros alumnos, nuestros discípulos y nuestros colaboradores. Recibe Javier nuestra más cordial bienvenida a esta Casa.

Muchas gracias.